پاسخ‌نامه تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل هشتم

۱. ۱ **۲** ۳ ۴

۲. ۱ **۲** ۳ ۴

علم آمار، مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش و تحلیل و تفسیر داده‌هاست و آمار مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

۳. ۱ **۲** ۳ ۴

۴. ۱ ۲ ۳ **۴**

در سرشماری اندازه‌ی نمونه با اندازه‌ی جامعه برابر است چون همه مورد پرسش قرار می‌گیرند.

۵. ۱ **۲** ۳ ۴

جامعه در واقع مجموعه‌ی تمام افراد یا اشیایی است که یک یا چند ویژگی آن‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند و ربطی به منطقه‌ی جغرافیایی ندارد.

۶. ۱ ۲ **۳** ۴

۷. ۱ ۲ **۳** ۴

تعداد سرنشینان خودرو، شاخص توده‌ی بدن و فشار هوا قابل اندازه‌گیری با اعداد هستند در حالی‌که سطح تحصیلات این طور نیست و کیفی است.

۸. ۱ ۲ ۳ **۴**

میزان علاقه به خورش قیمه کیفی ترتیبی است و می‌توان آن را به شکل «کم- معمولی- زیاد- خیلی زیاد» مرتب کرد.

۹. ۱ **۲** ۳ ۴

انواع هواپیما تک سرنشین، مسافری و جنگنده هستند.

۱۰. ۱ ۲ ۳ **۴**

نوع همه‌ی متغیرهای موجود در گزینه‌ها:

دمای هوا (کمی پیوسته)- مقام یک ورزشکار (کیفی ترتیبی)- میزان هوش (کیفی ترتیبی)- قد دانش‌آموزان (کمی پیوسته)- تعداد فرزندان (کمی گسسته)- اقوام ایرانی (کیفی اسمی)- انواع خودرو (کیفی اسمی)- شاخص توده‌ی بدن (کمی پیوسته)- ارتفاع شانه‌ی یوزپلنگ ایرانی (کمی پیوسته)- مهارت کارگران (کیفی ترتیبی)- میزان رضایت از مدرسه (کیفی ترتیبی)- تعداد مسافران قطار (کمی گسسته)- درصد یک دانش‌آموز در یک آزمون تستی ۱۰ سؤاله (کمی گسسته)- گروه خونی (کیفی اسمی)- شدت آلودگی هوا (کیفی ترتیبی)- وزن دانش‌آموزان (کمی پیوسته)

۱۱. ۱ ۲ ۳ **۴**

نوع همه‌ی متغیرهای موجود:

مقام یک ورزشکار در المپیک (کیفی ترتیبی)- فشار هوای قله‌ی اورست (کمی پیوسته)- مراحل زندگی (کیفی ترتیبی)- گروه خونی (کیفی اسمی)- نژاد افراد (کیفی اسمی)- کیفیت هلو دماوند (کیفی ترتیبی)- تعداد دوستان علی (کمی گسسته)- دمای جوش آب در تهران (کمی پیوسته)- وضعیت تأهل (کیفی اسمی)- سطح تحصیلات (کیفی ترتیبی)- رنگ موی افراد (کیفی اسمی)

۱۲. ۱ ۲ **۳** ۴

نوع همه‌ی متغیرها:

رنگ خودرو (کیفی اسمی)- میزان مصرف بنزین در صد کیلومتر (کمی پیوسته)- حداکثر سرعت (کمی پیوسته)- نوع جعبه دنده (کیفی اسمی)- تعداد دنده‌های جعبه دنده (کمی گسسته)- نوع خودرو (کیفی اسمی)

۱۳. ۱ ۲ **۳** ۴

$$\frac{a+b+c+d}{4}=7\Rightarrow a+b+c+d=28$$

$$\Rightarrow\frac{a-1+b+2+c-7+d+8}{5}=\frac{a+b+c+d+2}{5}$$

$$=\frac{28+2}{5}=\frac{30}{5}=6$$

۱۴. ۱ **۲** ۳ ۴

$$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5}{5}=4\Rightarrow a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=20$$

$$\Rightarrow\frac{a_1+2+a_2+3+a_3+4+a_4+5+a_5+6}{5}$$

$$=\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+20}{5}=\frac{40}{5}=8$$

۱۵. ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\frac{x^2+1+x+3+4x+8}{3}=6\Rightarrow x^2+5x+12=18$$

$$\Rightarrow x^2+5x-6=0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-1)=0\Rightarrow x=-6 \quad \text{یا} \quad x=1$$

۱۶. ۱ ۲ ۳ **۴**

مجموع ۱۳ داده را S_1 و مجموع ۷ داده‌ی دیگر را S_2 می‌نامیم:

$$\frac{S_1}{13}=14\Rightarrow S_1=13\times14 \quad , \quad \frac{S_2}{7}=18\Rightarrow S_2=7\times18$$

$$\text{میانگین همه‌ی داده‌ها}=\frac{S_1+S_2}{13+7}=\frac{13\times14+7\times18}{20}$$

$$=\frac{13\times7+7\times9}{10}=\frac{91+63}{10}=\frac{154}{10}=15/4$$

۱۷. ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم اگر همه‌ی داده‌ها در a ضرب شوند، میانگین هم در a ضرب می‌شود. وقتی همه‌ی قیمت‌ها ۲۰ درصد گران شوند یعنی در ۱/۲ ضرب شده‌اند، پس میانگین هم در ۱/۲ ضرب می‌شود: $20000\times1/2=24000$

۱۸. ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم اگر همه‌ی داده‌ها در a ضرب و با b جمع شوند، میانگین هم در a ضرب و با b جمع می‌شود، پس میانگین داده‌های y_i برابر $2(9)-5=13$ است.

.۱۹ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم مجموع تفاضل داده‌ها از میانگین صفر است.

.۲۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

اگر تعداد داده‌ها زوج باشد و هر دو داده‌ی وسط برابر باشند، میانه با هر دوی آن‌ها برابر است.

.۲۱ ۱ ۲ **۳** ۴

برای پیدا کردن میانه داده‌ها را به شکل صعودی مرتب می‌کنیم:

$$۳,۳,۴,۵,۵,۸,۹,۹,۹,۱۵ \Rightarrow \text{میانه} = \frac{۵+۸}{۲} = ۶/۵$$

$$\bar{x} = \frac{۳+۳+۴+۵+۵+۸+۹+۹+۹+۱۵}{۱۰} = \frac{۷۰}{۱۰} = ۷$$

تفاضل میانگین از میانه $۷-۶/۵=۰/۵$ است.

.۲۲ ۱ **۲** ۳ ۴

برای پیدا کردن میانه داده‌ها را به شکل صعودی مرتب می‌کنیم:

$$۷۵,۸۲,۸۶,۸۹,۹۱,۹۲,۹۷,۹۸,۹۸,۱۰۰,۱۰۱,۱۰۷$$

$$\Rightarrow \text{میانه} = \frac{۹۲+۹۷}{۲} = ۹۴/۵$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{۱۱۱۶}{۱۲} = ۹۳$$

تفاضل میانگینی از میانه $۹۴/۵-۹۳=۱/۵$ است.

.۲۳ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\frac{۲x+۲۲+۸-x+۲۵+x}{۳} = -۳x \Rightarrow ۲x+۵۵=-۹x$$

$$\Rightarrow ۱۱x=-۵۵ \Rightarrow x=-۵$$

پس داده‌ها با قرار دادن $x=-۵$ به شکل ۲۰ و ۱۳ و ۱۲ است که ۱۳ میانه‌ی آن‌ها است.

.۲۴ ۱ ۲ **۳** ۴

در صورتی که داده‌های پرت (دورافتاده) در بین داده‌ها وجود داشته باشد، از میانه به‌جای میانگین استفاده می‌کنیم چراکه میانه تحت تأثیر داده‌های پرت قرار نمی‌گیرد.

.۲۵ ۱ ۲ **۳** ۴

چون در داده‌های گزینه‌ی ۳ عدد ۵۷ نسبتاً پرت است.

.۲۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

چارک دوم همان میانه است. میانه و میانگین شاخص‌های گرایش به مرکز هستند. چارک اول و سوم جزء شاخص‌های پراکندگی هستند.

.۲۷ **۱** ۲ ۳ ۴

برای یافتن چارک‌های اول و سوم داده‌ها را به شکل صعودی مرتب می‌کنیم:

$$۷ , \underset{Q_۱}{۸} , ۸ , ۱۲ , ۱۴ , \underset{Q_۲}{۱۴} , ۱۹ , ۳۸ , \underset{Q_۳}{۴۱} , ۵۲ , ۵۳$$

داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم به شکل زیر هستند:

$$۱۲,۱۴ ,۱۴ , ۱۹ , ۳۸$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{۱۲+۱۴+۱۴+۱۹+۳۸}{۵} = \frac{۹۷}{۵} = ۱۹/۴$$

.۲۸ ۱ **۲** ۳ ۴

داده‌ها را به شکل صعودی مرتب می‌کنیم:

$$۸ , ۱۳ , ۱۷ , ۱۷ , \underset{Q_۲}{۱۹} , ۲۱ , ۲۴ , ۲۶ , ۲۷$$

$$Q_۱=\frac{۱۳+۱۷}{۲}=۱۵ \qquad Q_۳=\frac{۲۴+۲۶}{۲}=۲۵$$

تفاضل چارک اول و سوم $۲۵-۱۵=۱۰$ است.

.۲۹ ۱ ۲ **۳** ۴

چارک دوم همان میانه است و جزء شاخص‌های گرایش به مرکز است.

.۳۰ ۱ ۲ **۳** ۴

میانه تحت تأثیر داده‌ی وسط یا دو داده‌ی وسط است. همین‌طور دامنه‌ی تغییرات تحت تأثیر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده است.

چارک اول هم تحت تأثیر داده‌های کم‌تر از میانه است، ولی انحراف معیار و واریانس تحت تأثیر همه‌ی داده‌هاست.

.۳۱ ۱ ۲ **۳** ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: $\max=۲۳ , \min=۶ \Rightarrow R=۲۳-۶=۱۷$

گزینه ۲: $\max=۲۴ , \min=۴ \Rightarrow R=۲۴-۴=۲۰$

گزینه ۳: $\max=۳۹ , \min=۱۵ \Rightarrow R=۳۹-۱۵=۲۴$

گزینه ۴: $\max=۴۱ , \min=۲۷ \Rightarrow R=۴۱-۲۷=۱۴$

.۳۲ **۱** ۲ ۳ ۴

ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{۰+۲+۲+۲+۱۴}{۵} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۰-۴)^۲+(۲-۴)^۲+(۲-۴)^۲+(۲-۴)^۲+(۱۴-۴)^۲}{۵}$$

$$= \frac{۱۶+۴+۴+۴+۱۰۰}{۵} = \frac{۱۲۸}{۵} = ۲۵/۶$$

.۳۳ ۱ ۲ **۳** ۴

اگر داده‌ها را به شکل صعودی مرتب کنیم، به شکل مقابل در می‌آیند:

$$۱۱, ۱۳ , a , ۱۸$$

دقت کنید که اگر عدد a در جایگاهی غیر از این قرار بگیرد، میانه ۱۳/۵ نخواهد شد. پس: $\frac{a+۱۳}{۲}=۱۳/۵ \Rightarrow a=۱۴$

حال میانگین و سپس واریانس داده‌ها را می‌یابیم:

$$\bar{x}=\frac{۱۱+۱۸+۱۳+۱۴}{۴}=\frac{۵۶}{۴}=۱۴$$

$$\sigma^۲=\frac{(۱۱-۱۴)^۲+(۱۸-۱۴)^۲+(۱۳-۱۴)^۲+(۱۴-۱۴)^۲}{۴}$$

$$=\frac{۹+۱۶+۱+۰}{۴}=\frac{۲۶}{۴}=\frac{۱۳}{۲}=۶/۵$$

.۳۴ ۱ ۲ **[۳]** ۴

واریانس تعدادی داده صفر است، اگر و فقط اگر همه‌ی داده‌ها باهم برابر باشند، پس: $a=b=c=d=7$

داده‌های داده شده عبارتند از:

$$3a\,,3b+4\,,4c-3\,,4d+1 \Rightarrow 21,25,25,29$$

ابتدا میانگین داده‌ها را می‌یابیم:

$$\bar{x}=\frac{21+25+25+29}{4}=\frac{100}{4}=25$$

$$\sigma^2=\frac{(21-25)^2+(25-25)^2+(25-25)^2+(29-25)^2}{4}=\frac{16+0+0+16}{4}=8\Rightarrow \sigma=2\sqrt{2}$$

.۳۵ **[۱]** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم اگر تعدادی داده را در a ضرب و با b جمع کنیم، انحراف معیار در $|a|$ ضرب می‌شود. پس انحراف معیار داده‌های y_i برابر $3(2)=6$ است و واریانس آن‌ها ۳۶ است.

.۳۶ ۱ ۲ ۳ **[۴]**

می‌دانیم اگر تعدادی داده در a ضرب و با b جمع شوند، واریانس آن‌ها در a^2 ضرب می‌شود. پس چون در تبدیل درجه سلسیوس به فارنهایت داده‌ها در $\frac{9}{5}$ ضرب و با ۳۲ جمع شده‌اند، واریانس آن‌ها در واحد فارنهایت، $6\times(\frac{9}{5})^2$ خواهد بود: $6\times(\frac{9}{5})^2=6\times\frac{81}{25}=\frac{486}{25}=19/44$

.۳۷ ۱ ۲ ۳ **[۴]**

ضریب تغییرات کم‌تر نتیجه‌ی میانگین بالاتر و انحراف معیار کم‌تر است.

.۳۸ ۱ ۲ **[۳]** ۴

ضریب تغییرات آن‌ها را باهم مقایسه می‌کنیم:

$$CV_A=\frac{2000}{11000}=\frac{2}{11}\quad,\quad CV_B=\frac{1000}{10000}=\frac{1}{10}$$

چون ضریب تغییرات لاستیک نوع B کم‌تر است، لاستیک بهتری است.

.۳۹ ۱ ۲ ۳ **[۴]**

می‌دانیم با جمع همه‌ی داده‌ها با عدد b واریانس و انحراف معیار عوض نمی‌شوند و میانگین با b جمع می‌شود، پس ضریب تغییرات عوض می‌شود $(CV=\frac{\sigma}{\bar{x}})$.

همچنین چون بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده با b جمع می‌شوند، دامنه‌ی تغییرات عوض نمی‌شود.

.۴۰ ۱ ۲ **[۳]** ۴

در این صورت انحراف معیار در ۴ ضرب و میانگین در ۴ ضرب و با ۱ جمع می‌شود. پس:

$$CV_{\text{اولیه}}=\frac{\sigma_{\text{اولیه}}}{\bar{x}_{\text{اولیه}}}\quad,\quad CV_{\text{جدید}}=\frac{4\sigma_{\text{اولیه}}}{4\bar{x}_{\text{اولیه}}+1}$$

$$\frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{اولیه}}}=\frac{\frac{4\sigma_{\text{اولیه}}}{4\bar{x}_{\text{اولیه}}+1}}{\frac{\sigma_{\text{اولیه}}}{\bar{x}_{\text{اولیه}}}}=\frac{4\bar{x}_{\text{اولیه}}}{4\bar{x}_{\text{اولیه}}+1}<1$$

دقت کنید که صورت کسر از مخرج کسر کوچک‌تر است.

.۴۱ ۱ ۲ **[۳]** ۴

واحد میانگین و انحراف معیار مشابه واحد متغیر تصادفی و واریانس دارای واحدی برابر مجذور واحد متغیر تصادفی است. همچنین ضریب تغییرات بدون واحد است.

.۴۲ **[۱]** ۲ ۳ ۴

.۴۳ ۱ **[۲]** ۳ ۴

میانگین اولیه‌ی داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{12+17+14+23+19+29}{6}=\frac{114}{6}=19$$

اگر میانگین ۱ واحد کاهش یابد برابر ۱۸ خواهد شد. فرض می‌کنیم داده‌ی اضافه شده x باشد:

$$18=\frac{114+x}{7}\Rightarrow 114+x=126\Rightarrow x=12$$

.۴۴ **[۱]** ۲ ۳ ۴

نکته اگر داده‌ها، دنباله‌ی حسابی باشند، میانگین و میانه‌ی آن‌ها، میانگین دو داده‌ی اول و آخر است.

پس در اینجا میانگین برابر است با: $\frac{21+101}{2}=\frac{122}{2}=61$

.۴۵ ۱ ۲ **[۳]** ۴

$$\bar{x}=\frac{45+13+17+29+6n}{n+4}=16\Rightarrow\frac{104+6n}{n+4}=16$$

$$\Rightarrow 104+6n=16n+64\Rightarrow 10n=40\Rightarrow n=4$$

حال داده‌ها را به شکل صعودی مرتب می‌کنیم:

$$6,6,6,6,13,17,29,45$$

میانه‌ی آن‌ها برابر $\frac{6+13}{2}=9/5$ است.

.۴۶ ۱ **[۲]** ۳ ۴

فرض می‌کنیم n واحد بعد از ترم ۱ بگذراند. در این صورت مجموع نمرات واحدهای گذرانده شده با معدل ۱۸ برابر است با:

$$18=\frac{\text{مجموع نمرات}}{n}\Rightarrow \text{مجموع نمرات}=18n$$

پس معدل کل او برابر است با:

$$\frac{18n+17\times 14}{n+17}=17\Rightarrow 18n+238=17n+289\Rightarrow n=51$$

۴۷. ۱ **۲** ۳ ۴

$$x_1, x_2, ..., x_n \Rightarrow \bar{x}_1 = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

$$x_1 + 1, x_2 + 2, ..., x_n + n$$

$$\bar{x}_2 = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n + 1 + 2 + 3 + \cdots + n}{n}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n + \frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} + \frac{n+1}{2}$$

$$= \bar{x}_1 + \frac{n+1}{2}$$

نکته $1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

۴۸. ۱ ۲ **۳** ۴

اگر هریک از داده‌های ۱۴، ۷، ۲ و ۱ را در ۵ ضرب کنیم و با ۲ جمع کنیم داده‌های ۷۲، ۳۷، ۱۲ و ۷ حاصل می‌شوند. اول میانگین داده‌های ۱۴، ۷، ۲ و ۱ را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 7 + 14}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

پس میانگین داده‌های ۷۲، ۳۷، ۱۲ و ۷ برابر با $5(6) + 2 = 32$ است.

حاصل نهایی $\frac{16}{3} = \frac{32}{6}$ است.

۴۹. ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$، پس:

$$\frac{1 + 2 + 3 + \cdots + n}{n} = 7 \Rightarrow \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n} = 7 \Rightarrow \frac{(n+1)}{2} = 7$$

$$\Rightarrow n = 13$$

حال میانگین داده‌های $1^2, 2^2, ..., 13^2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 13^2}{13} = \frac{\frac{13(13+1)(26+1)}{6}}{13}$$

$$= \frac{14 \times 27}{6} = 7 \times 9 = 63$$

نکته $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

۵۰. **۱** ۲ ۳ ۴

$$\frac{a + b + 1 + 4}{4} = 4 \Rightarrow a + b + 5 = 16 \Rightarrow a + b = 11$$

مکعب این اعداد ۶۴، ۱، b^3 و a^3 است و میانگین آن‌ها برابر است با:

$$\frac{a^3 + b^3 + 1 + 64}{4} = 101/5 \Rightarrow a^3 + b^3 = 406 - 65 = 341$$

از اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 = (a+b)((a+b)^2 - 3ab)$$

$$\Rightarrow 341 = 11(11^2 - 3ab) \Rightarrow ab = 30$$

۵۱. ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم اگر از همه‌ی داده‌ها عدد b را کم کنیم از میانگین هم b واحد کم می‌شود. پس از همه‌ی داده‌ها ۱۰۰۰ واحد کم می‌کنیم. در این صورت داده‌ها به شکل زیر درمی‌آیند:

۵۳,۳۳,۱۴,۲۹,۷۱

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{53 + 33 + 14 + 29 + 71}{5} = \frac{200}{5} = 40$$

حال دوباره به میانگین به‌دست آمده ۱۰۰۰ واحد اضافه می‌کنیم. پس میانگین داده‌های اولیه ۱۰۴۰ خواهد بود.

تذکر *دقت کنید که انتخاب عدد ۱۰۰۰ برای کم کردن از داده‌ها اختیاری بود.*

۵۲. ۱ **۲** ۳ ۴

میانگین این داده‌ها برابر است با:

$$4, 18, 1, 0, 2 \Rightarrow \bar{x} = \frac{4 + 18 + 1 + 0 + 2}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

میانگین جدید برابر است با: $2(5) + 8 = 18$.

پس میانگین $\frac{18}{5} = 3/6$ برابر شده است.

۵۳. ۱ ۲ ۳ **۴**

داده‌های داده شده یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۳ هستند. در این صورت میانه، میانگین دو داده‌ی اول و آخر است:

$$\frac{17 + 104}{2} = \frac{121}{2} = 60/5$$

۵۴. ۱ ۲ **۳** ۴

$$3, 9, \underset{Q_1}{\underset{\downarrow}{13}}, 17, 17, \underset{Q_2}{\underset{\downarrow}{\ ,\ }} ..., 19$$

چون ۵ داده قبل از میانه وجود دارد، پس ۵ داده هم بزرگ‌تر از میانه است. در این صورت کلاً ۱۰ داده نیاز داریم، پس نیاز به ۶ داده‌ی ۱۷ داریم.

۵۵. ۱ ۲ **۳** ۴

$$3, 9, \underset{Q_1}{\underset{\downarrow}{13}}, 15, 15, \underset{Q_2}{\underset{\downarrow}{15}}, ..., 28$$

برای این‌که تعداد داده‌های برابر ۱۵، بیش‌تر باشد، باید ۱۵ (یکی از داده‌ها) برابر میانه باشد. در این صورت پنج داده کم‌تر از میانه و پنج داده بیش‌تر از میانه داریم و با احتساب میانه یازده داده داریم. پس نیاز به هفت داده برابر ۱۵ داریم.

.۵۶ ۱ ۲ **۳** ۴

a یا بزرگ‌ترین داده است و یا کوچک‌ترین داده، چون در غیر این صورت کوچک‌ترین داده ۵ و بزرگ‌ترین داده ۱۸ خواهد بود و دامنه‌ی تغییرات $۱۳ = ۵ - ۱۸$ خواهد شد. پس دو حالت را درنظر می‌گیریم.

بزرگ‌ترین داده باشد $a \Rightarrow a-۵=۱۸ \Rightarrow a=۲۳$

$$\xrightarrow{\text{ترتیب داده ها}} ۵,۹,۱۰,۱۸,۲۳ \xrightarrow{\text{میانه}} ۱۰$$

کوچک‌ترین داده باشد $a \Rightarrow ۱۸-a=۱۸ \Rightarrow a=۰$

$$\xrightarrow{\text{ترتیب داده ها}} ۰\,,\,۵,۹,۱۰,۱۸ \xrightarrow{\text{میانه}} ۹$$

.۵۷ ۱ ۲ **۳** ۴

۳ حالت برای a ممکن است، حالت اول این‌که a بزرگ‌ترین داده باشد، حالت دوم این‌که a کوچک‌ترین داده باشد و حالت سوم این‌که a داده‌ای بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده باشد:

حالت اول: $a-۱۰=۱۳ \Rightarrow a=۲۳ \rightarrow$ ممکن نیست

حالت دوم: $۱۷-a=۱۳ \Rightarrow a=۴$

حالت سوم: $۱۷-۱۰=۷ \neq ۱۳ \rightarrow$ ممکن نیست

پس $a=۴$ است. میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{۱۳+۱۷+۴+۱۱+۱۰}{۵}=\frac{۵۵}{۵}=۱۱$$

.۵۸ ۱ **۲** ۳ ۴

از مجموع داده‌ها میانگین آن‌ها را به‌دست می‌آوریم: $\bar{x}=\frac{۴۸}{۸}=۶$

می‌دانیم: $\sigma^۲=\frac{\text{مجموع مجذورات}}{\text{تعداد داده ها}}-(\text{میانگین})^۲$، پس:

$$۲^۲=\frac{\text{مجموع مجذورات}}{۸}-۶^۲ \Rightarrow \text{مجموع مجذورات}=(۴+۳۶)\times۸=۳۲۰$$

.۵۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

می‌دانیم اگر از همه‌ی داده‌ها عدد ثابتی کم کنیم واریانس تغییر نمی‌کند، پس از همه‌ی داده‌ها ۱۱۲۰ واحد کم می‌کنیم تا با اعداد کوچک‌تری سروکار داشته باشیم:

$$۰,۱,۹,۱۰ \Rightarrow \bar{x}=\frac{۰+۱+۹+۱۰}{۴}=۵$$

$$\sigma^۲=\frac{(۰-۵)^۲+(۱-۵)^۲+(۹-۵)^۲+(۱۰-۵)^۲}{۴}=\frac{۲۵+۱۶+۱۶+۲۵}{۴}=\frac{۸۲}{۴}=۲۰/۵$$

.۶۰ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم مجموع تفاضل داده‌ها از میانگین برابر صفر است، پس:

$$-۴-۳+۰+۱+a+۵=۰ \Rightarrow a=۱$$

همچنین می‌دانیم در محاسبه‌ی واریانس تفاضل هر داده از میانگین را به توان ۲ می‌رسانیم و سپس همه‌ی آن‌ها را باهم جمع می‌کنیم:

$$\sigma^۲=\frac{(-۴)^۲+(-۳)^۲+(۰)^۲+(۱)^۲+(۱)^۲+(۵)^۲}{۶}=\frac{۱۶+۹+۰+۱+۱+۲۵}{۶}=\frac{۵۲}{۶}=\frac{۲۶}{۳}$$

.۶۱ ۱ **۲** ۳ ۴

می‌دانیم: $\sigma^۲=\frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد داده ها}}-(\text{میانگین})^۲$، پس:

$$\sigma^۲=\frac{۱۲۲۴/۴}{۱۰}-۱۱^۲=۱۲۲/۴۴-۱۲۱=۱/۴۴ \Rightarrow \sigma=۱/۲$$

.۶۲ ۱ ۲ **۳** ۴

اگر داده‌ها را طول اضلاع مربع‌ها در نظر بگیریم، محیط هر مربع ۴ برابر طول ضلع هر مربع است، پس میانگین محیط مربع‌ها ۴ برابر میانگین طول اضلاع است. بنابراین میانگین طول اضلاع $۱۱=\frac{۴۴}{۴}$ است. همچنین مساحت هر مربع مجذور طول ضلع هر مربع است. پس میانگین مساحت مربع‌ها به شکل $\frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد داده ها}}$ است. بنابراین واریانس طول ضلع مربع‌ها برابر است با:

$$\sigma^۲=۱۲۵-۱۱^۲=۱۲۵-۱۲۱=۴ \Rightarrow \sigma=۲$$

.۶۳ ۱ ۲ **۳** ۴

محیط هر دایره به شکل $۲\pi r$ است، پس میانگین محیط دایره‌ها ۲π برابر میانگین شعاع دایره‌هاست. یعنی میانگین شعاع دایره‌ها $۷=\frac{۱۴\pi}{۲\pi}$ است.

همچنین چون محیط هر دایره ۲π برابر شعاع دایره است، واریانس محیط آن‌ها $(۲\pi)^۲$ برابر واریانس شعاع دایره‌هاست. پس واریانس شعاع دایره‌ها $۱=\frac{۴\pi^۲}{۴\pi^۲}$ است. پس از رابطه‌ی واریانس داریم:

$$\sigma^۲=\frac{\text{مجموع مجذورات شعاع ها}}{\text{تعداد دایره ها}}-(\text{میانگین})^۲$$

$$\Rightarrow ۱=\frac{\text{مجموع مجذورات شعاع ها}}{\text{تعداد دایره ها}}-۷^۲$$

$$\Rightarrow \frac{\text{مجموع مجذورات شعاع ها}}{\text{تعداد دایره ها}}=۵۰ \Rightarrow \frac{r_۱^۲+r_۲^۲+\cdots+r_n^۲}{n}=۵۰$$

$$\Rightarrow \text{میانگین مساحت ها}=\frac{\pi r_۱^۲+\pi r_۲^۲+\cdots+\pi r_n^۲}{n}$$

$$=\frac{\pi(r_۱^۲+r_۲^۲+\cdots+r_n^۲)}{n}=۵۰\pi$$

.۶۴ ۱ ۲ **۳** ۴

میانگین داده‌ها $۶=\frac{۹۰}{۱۵}$ است. داده‌های حذف شده هم دارای میانگین $۶=\frac{۰+۹+۹}{۳}$ است. پس با حذف آن‌ها میانگین عوض نمی‌شود.

واریانس داده‌های اولیه برابر است با ۴، پس:

$$\sigma^2_{\text{اولیه}} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\Rightarrow ۴ = \frac{(x_1 - ۶)^۲ + (x_2 - ۶)^۲ + \cdots + (x_{15} - ۶)^۲}{۱۵}$$

$$\Rightarrow (x_1 - ۶)^۲ + (x_2 - ۶)^۲ + \cdots + (x_{15} - ۶)^۲ = ۶۰$$

پس واریانس داده‌های جدید با حذف سه داده‌ی ۰، ۹ و ۹ برابر است با:

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{۶۰ - (۰-۶)^۲ - (۹-۶)^۲ - (۹-۶)^۲}{۱۲}$$

$$= \frac{۶۰ - ۳۶ - ۹ - ۹}{۱۲} = \frac{۶}{۱۲} = ۰/۵$$

۶۵. ۱ **۲** ۳ ۴

از فرمول دوم واریانس برای هر دو دسته‌ی داده‌ها داریم:

$$\text{واریانس} = \frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد داده ها}} - (\text{میانگین})^۲$$

$$\Rightarrow ۱ = \frac{S_1}{۸} - ۲۵ \Rightarrow S_1 = ۲۶ \times ۸ = ۲۰۸$$

$$\Rightarrow ۴ = \frac{S_2}{۱۲} - ۹ \Rightarrow S_2 = ۱۲ \times ۱۳ = ۱۵۶$$

میانگین جدید برابر است با: $\frac{۸ \times ۵ + ۱۲ \times ۳}{۲۰} = ۳/۸$

پس واریانس داده‌های ترکیب شده برابر است با:

$$\sigma^۲ = \frac{۲۰۸ + ۱۵۶}{۸ + ۱۲} - (\text{میانگین})^۲$$

$$= \frac{۳۶۴}{۲۰} - ۳/۸^۲ = ۱۸/۲ - ۱۴/۴۴ = ۳/۷۶$$

۶۶. ۱ ۲ **۳** ۴

ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$۱,۴,۴,۵,۱۱ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۱+۴+۴+۵+۱۱}{۵} = \frac{۲۵}{۵} = ۵$$

حال واریانس را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^۲ = \frac{(۱-۵)^۲ + (۴-۵)^۲ + (۴-۵)^۲ + (۵-۵)^۲ + (۱۱-۵)^۲}{۵}$$

$$= \frac{۱۶+۱+۱+۰+۳۶}{۵} = \frac{۵۴}{۵} = ۱۰/۸$$

$$\sigma \simeq ۳/۳ \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳/۳}{۵} = ۰/۶۶$$

۶۷. **۱** ۲ ۳ ۴

معلم ترجیح می‌دهد در کلاسی تدریس کند که ضریب تغییرات کم‌تری دارد. پس میانگین و انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$A: ۸,۹,۱۰,۱۱,۱۲ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۸+۹+۱۰+۱۱+۱۲}{۵} = \frac{۵۰}{۵} = ۱۰$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۸-۱۰)^۲ + (۹-۱۰)^۲ + (۱۰-۱۰)^۲ + (۱۱-۱۰)^۲ + (۱۲-۱۰)^۲}{۵}$$

$$= \frac{۴+۱+۰+۱+۴}{۵} = ۲ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۲} \Rightarrow CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$$

$$B: ۰,۵,۱۰,۱۵,۲۰ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۰+۵+۱۰+۱۵+۲۰}{۵} = ۱۰$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۰-۱۰)^۲ + (۵-۱۰)^۲ + (۱۰-۱۰)^۲ + (۱۵-۱۰)^۲ + (۲۰-۱۰)^۲}{۵}$$

$$= \frac{۱۰۰+۲۵+۰+۲۵+۱۰۰}{۵} = \frac{۲۵۰}{۵} = ۵۰$$

$$\sigma = \sqrt{۵۰} \Rightarrow CV_B = \frac{\sqrt{۵۰}}{۱۰}$$

معلوم است که $CV_A < CV_B$.

۶۸. **۱** ۲ ۳ ۴

عملکرد بهتر در ضریب تغییرات کم‌تر است. پس میانگین و انحراف معیار هر دو کارگر را محاسبه می‌کنیم:

$$A: ۳,۸,۵,۹,۱۲,۵ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۳+۸+۵+۹+۱۲+۵}{۶} = \frac{۴۲}{۶} = ۷$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۳-۷)^۲ + (۸-۷)^۲ + (۵-۷)^۲ + (۹-۷)^۲ + (۱۲-۷)^۲ + (۵-۷)^۲}{۶}$$

$$= \frac{۱۶+۱+۴+۴+۲۵+۴}{۶} = \frac{۵۴}{۶} = ۹$$

$$\sigma = ۳ \Rightarrow CV_A = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۷}$$

$$B: ۸,۸,۹,۱۱,۴,۲ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۸+۸+۹+۱۱+۴+۲}{۶} = \frac{۴۲}{۶} = ۷$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۸-۷)^۲ + (۸-۷)^۲ + (۹-۷)^۲ + (۱۱-۷)^۲ + (۴-۷)^۲ + (۲-۷)^۲}{۶}$$

$$= \frac{۱+۱+۴+۱۶+۹+۲۵}{۶} = \frac{۵۶}{۶} = ۹/\bar{۳}$$

$$\sigma \simeq ۳/۱ \Rightarrow CV_B = \frac{۳/۱}{۷}$$

معلوم است که $CV_A < CV_B$.

۶۹. ۱ ۲ **۳** ۴

ابتدا میانگین و سپس انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

۲۷ , ۲۶,۲۴,۲۳,۲۲,۲۲,۲۴

$$\bar{x} = \frac{۲۷+۲۶+۲۴+۲۳+۲۲+۲۲+۲۴}{۷} = ۲۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۲۷-۲۴)^۲ + (۲۶-۲۴)^۲ + (۲۴-۲۴)^۲ + (۲۳-۲۴)^۲ + (۲۲-۲۴)^۲ + (۲۲-۲۴)^۲ + (۲۴-۲۴)^۲}{۷}$$

$$= \frac{۹+۴+۰+۱+۴+۴+۰}{۷} = \frac{۲۲}{۷} \simeq ۳/۱$$

$$\sigma \sim ۱/۸ \Rightarrow CV = \frac{۱/۸}{۲۴} = \frac{۱۸}{۲۴۰} = \frac{۳}{۴۰} = ۰/۰۷۵$$

۷۰. ۱ ۲ **۳** ۴

هر یک از داده‌های سری A سه برابر داده‌های سری B هستند، پس میانگین و انحراف معیار آن‌ها هم ۳ برابر داده‌های سری B هستند، بنابراین ضریب تغییرات در هر دو سری داده‌ها برابر است. چون ضریب تغییرات به شکل $\frac{\sigma}{\bar{x}}$ است و صورت و مخرج کسر هر دو سه برابر شده‌اند.

۷۱. ۱ **۲** ۳ ۴

میانگین و انحراف معیار داده‌های x_i را $\bar{x}$ و σ درنظر می‌گیریم. در این صورت میانگین و انحراف معیار داده‌های $y_i=2x_i+3$ به شکل $2\bar{x}+3$ و 2σ خواهد بود. پس:

$$\frac{\sigma}{\bar{x}}=2\times\frac{2\sigma}{2\bar{x}+3}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{4}{2\bar{x}+3}\Rightarrow 4\bar{x}=2\bar{x}+3$$

$$\Rightarrow 2\bar{x}=3\Rightarrow\bar{x}=1/5$$

۷۲. **۱** ۲ ۳ ۴

وقتی با اضافه کردن داده‌ی جدید میانگین عوض نمی‌شود، واریانس‌های داده‌های قبلی و جدید به شکل زیر هستند:

$$\sigma^2=\frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد داده ها}}-(\text{میانگین})^2\Rightarrow\begin{cases}\sigma^2_{\text{اولیه}}=\frac{32}{8}-\bar{x}^2\\ \sigma^2_{\text{جدید}}=\frac{32+x^2}{9}-\bar{x}^2\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\sigma^2_{\text{اولیه}}=\sigma^2_{\text{جدید}}}\frac{32}{8}=\frac{32+x^2}{9}$$

$$\Rightarrow 9\times32=8\times32+8x^2\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm2$$

۷۳. ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم $\sigma^2=\frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد داده ها}}-(\text{میانگین})^2$، پس:

$$\sigma^2=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{2}-\left(\frac{\sin\theta+\cos\theta}{2}\right)^2$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1+2\sin\theta\cos\theta}{4}=\frac{2-1-2\sin\theta\cos\theta}{4}$$

$$=\frac{1-2\sin\theta\cos\theta}{4}=\frac{(\sin\theta-\cos\theta)^2}{4}$$

$$\Rightarrow\sigma=\frac{|\sin\theta-\cos\theta|}{2}$$

نکته انحراف معیار دو داده a و b برابر است با:

$$\sigma=\frac{|a-b|}{2}$$

۷۴. ۱ **۲** ۳ ۴

$$\bar{x}=\frac{1+2+a+b}{4}=4\Rightarrow a+b=13$$

$$\sigma^2=\frac{1^2+2^2+a^2+b^2}{4}-4^2=7/5$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+5=94\Rightarrow a^2+b^2=89$$

$$\Rightarrow a^2+b^2=(a+b)^2-2ab\Rightarrow 89=13^2-2ab$$

$$\Rightarrow 2ab=80\Rightarrow ab=40$$

$$\Rightarrow (a-b)^2=a^2+b^2-2ab=89-2(40)=9$$

$$\Rightarrow |a-b|=3$$

۷۵. ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم $\sigma^2=\frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد داده ها}}-\bar{x}^2$، پس:

$$\sigma^2+\bar{x}=\frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد داده ها}}=\frac{1+2+3+4+\cdots+100}{100}$$

$$=\frac{100\times101}{2\times100}=\frac{101}{2}=50/5$$

۷۶. **۱** ۲ ۳ ۴

میانگین این داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{1+2\times2+3\times3+\cdots+10\times10}{1+2+3+\cdots+10}=\frac{1^2+2^2+\cdots+10^2}{\frac{10\times11}{2}}$$

$$=\frac{\frac{10\times11\times21}{6}}{\frac{10\times11}{2}}=7$$

تذکر

از روابط

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

استفاده کردیم.

۷۷. **۱** ۲ ۳ ۴

به روش معمول می‌توانید میانگین و سپس واریانس داده‌ها را محاسبه کنید و همچنین از نکته‌ی زیر برای محاسبه‌ی سریع‌تر واریانس استفاده کنید.

نکته اگر n داده‌ی دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت d بسازند واریانس آن‌ها برابر است با: $\sigma^2=\frac{d^2(n^2-1)}{12}$

پس در اینجا:

$$\sigma^2=\frac{5^2(6^2-1)}{12}=\frac{25\times35}{12}$$

۷۸. ۱ ۲ **۳** ۴

۷۹. **۱** ۲ ۳ ۴

۸۰. ۱ ۲ **۳** ۴

۸۱. ۱ ۲ **۳** ۴

$$\frac{a+7+10+14+11+16+18+9+20}{9}=13$$

$$\Rightarrow\frac{a+105}{9}=13\Rightarrow a+105=117\Rightarrow a=12$$

حال داده‌ها را به شکل صعودی مرتب می‌کنیم:

$$7,9,10,11,12,14,16,18,20\xrightarrow{\text{میانه}}12$$

۸۲. ۱ **۲** ۳ ۴

ابتدا داده‌ها را به شکل صعودی مرتب می‌کنیم:

$$12,14,14\underset{Q_1=14/5}{\downarrow}15,16,18\underset{Q_2=19}{\downarrow}20,20,21\underset{Q=22/5}{\downarrow}24,25,26$$

داده‌های مذکور به شکل ۲۱، ۲۰، ۲۰، ۱۸، ۱۶ و ۱۵ هستند:

$$\bar{x} = \frac{15+16+18+20+20+21}{6} = \frac{110}{6} = \frac{55}{3} = 18/33$$

.۸۳ ۱ ۲ **۳** ۴

در داده‌های دسته‌ی اول و دوم داریم:

$$6 = \frac{S_1}{6} - 12^2 \Rightarrow S_1 = 900$$

$$4 = \frac{S_2}{9} - 14^2 \Rightarrow S_2 = 1800$$

$$\Rightarrow \sigma^2_{\text{ترکیب شده}} = \frac{900+1800}{15} - (\text{میانگین ترکیب شده})^2$$

$$\text{میانگین ترکیب شده} = \frac{6\times 12 + 9\times 14}{15} = 13/2$$

$$\sigma^2_{\text{ترکیب شده}} = 180 - 174/24 = 5/76$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{ترکیب شده}} = 2/4$$

.۸۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

در داده‌های اولیه داریم:

$$8^2 = \frac{(x_1-30)^2+(x_2-30)^2+\dots+(x_{25}-30)^2}{25}$$

چون میانگین داده‌های حذف شده ۳۰ است، میانگین عوض نمی‌شود، پس در داده‌های جدید داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1-30)^2+(x_2-30)^2+\dots+(x_{25}-30)^2-(10-30)^2-(15-30)^2-(45-30)^2-(50-30)^2}{21}$$

$$= \frac{25\times 64 - 400 - 225 - 225 - 400}{21} = \frac{350}{21} = \frac{50}{3}$$

$$= 16/66$$

.۸۵ ۱ ۲ **۳** ۴

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0/2 = \frac{\sigma}{15} \Rightarrow \sigma = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجموع مربعات (مساحت ها)}}{\text{تعداد داده ها}} - (\text{میانگین})^2$$

$$\Rightarrow 9 = \text{میانگین مساحت ها} - (15)^2 \Rightarrow \text{میانگین مساحت ها} = 234$$

.۸۶ ۱ **۲** ۳ ۴

در دو دسته داده داریم:

$$12 = \frac{(x_1-\bar{x})^2+\dots+(x_{15}-\bar{x})^2}{15}$$

$$\Rightarrow (x_1-\bar{x})^2+\dots+(x_{15}-\bar{x})^2 = 15\times 12 = 180$$

$$7/6 = \frac{(y_1-\bar{x})^2+\dots+(y_{10}-\bar{x})^2}{10}$$

$$\Rightarrow (y_1-\bar{x})^2+\dots+(y_{10}-\bar{x})^2 = 10\times 7/6 = 76$$

واریانس داده‌های ترکیب شده برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{180+76}{25} = \frac{256}{25} \Rightarrow \sigma = \frac{16}{5} = 3/2$$

.۸۷ **۱** ۲ ۳ ۴

ضریب تغییرات هر دو دستگاه را می‌یابیم:

$$CV_A = \frac{3/6}{150} = \frac{2/4}{100} = 2/4\%$$

$$CV_B = \frac{3/84}{160} = 2/4\%$$

ضریب تغییرات یکسان نشان دهنده‌ی عملکرد یکسان است.

.۸۸ ۱ **۲** ۳ ۴

ضریب تغییرات هر دو کارگر را می‌یابیم:

$$A: 15,14,15,16,17,19$$

$$\Rightarrow \bar{x}_A = \frac{15+14+15+16+17+19}{6} = 16$$

$$\sigma_A^2 = \frac{(15-16)^2+(14-16)^2+(15-16)^2+(16-16)^2+(17-16)^2+(19-16)^2}{6}$$

$$= \frac{1+4+1+0+1+9}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$$B: 16,14,17,14,17,18$$

$$\Rightarrow \bar{x}_B = \frac{16+14+17+14+17+18}{6} = 16$$

$$\sigma_A^2 = \frac{(16-16)^2+(14-16)^2+(17-16)^2+(14-16)^2+(17-16)^2+(18-16)^2}{6}$$

$$= \frac{0+4+1+4+1+4}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

چون میانگین‌ها یکسان و واریانس کارگر B کمتر است، پس دارای ضریب تغییرات کم‌تری است.

.۸۹ ۱ **۲** ۳ ۴

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0/06 = \frac{\sigma}{25} \Rightarrow \sigma = 1/5$$

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجموع مربعات (مساحت ها)}}{\text{تعداد داده ها}} - (\text{میانگین})^2$$

$$\Rightarrow 1/5^2 = \text{میانگین مساحت ها} - (25)^2$$

$$\Rightarrow \text{میانگین مساحت ها} = 625 + 2/25 = 627/25$$

.۹۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\bar{x} = \frac{240}{30} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{2190}{30} - 8^2 = 73 - 64 = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$\Rightarrow CV = \frac{3}{8} = 0/375$$

.۹۱ **۱** ۲ ۳ ۴

میانگین و انحراف داده‌های x_i را می‌یابیم:

$$1,2,3,4,5 \Rightarrow \bar{x} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2}{5}$$

$$= \frac{4+1+0+1+4}{5} = 2 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2}$$

پس میانگین و انحراف معیار u_i برابر با $\bar{u}=12(3)+6=42$ و $\sigma_u=12\sqrt{2}$ است:

$$CV_u=\frac{12\sqrt{2}}{42}=\frac{2\sqrt{2}}{7}\simeq\frac{2\times 1/4}{7}=\frac{2\times 2}{10}=0/4$$

.۹۲ ۱ **۲** ۳ ۴

در این صورت میانگین با $\bar{x}$ جمع و انحراف معیار عوض نمی‌شود، پس:

$$\frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{اولیه}}}=\frac{\dfrac{\sigma_{\text{اولیه}}}{2\bar{x}_{\text{اولیه}}}}{\dfrac{\sigma_{\text{اولیه}}}{\bar{x}_{\text{اولیه}}}}=\frac{1}{2}$$

.۹۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

میانگین در ۲ ضرب و با ۳ جمع می‌شود و به $2(12)+3=27$ تبدیل می‌شود و انحراف معیار فقط دو برابر می‌شود:

$$\frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{اولیه}}}=\frac{\dfrac{2\sigma_{\text{اولیه}}}{27}}{\dfrac{\sigma_{\text{اولیه}}}{12}}=\frac{24}{27}=\frac{8}{9}$$

.۹٤ ۱ **۲** ۳ ۴

گروهی بهتر است که ضریب تغییرات کوچک‌تری دارد:

گروه اول: $\sigma_1^2=25\Rightarrow\sigma_1=5\Rightarrow CV_1=\frac{5}{80}=\frac{1}{16}$

گروه دوم: $\sigma_2^2=16\Rightarrow\sigma_2=4\Rightarrow CV_2=\frac{4}{72}=\frac{1}{18}$

$CV_2<CV_1$، پس گروه دوم بهتر است.

.۹۵ **۱** ۲ ۳ ۴

دقت عمل کارگری بهتر است که ضریب تغییرات کم‌تری دارد:

$$A:\bar{x}_A=\frac{12+13+14+15+16}{5}=14$$

$$\sigma_A^2=\frac{2^2+1^2+0^2+1^2+2^2}{5}=2\Rightarrow\sigma_A=\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow CV_A=\frac{\sqrt{2}}{14}\simeq 0/1$$

$$B:\bar{x}_B=\frac{11/5+13+15/5+16+16/5}{5}=14/5$$

$$\sigma_B^2=\frac{3^2+1/5^2+1^2+1/5^2+2^2}{5}=\frac{18/5}{5}=3/61$$

$$\Rightarrow\sigma_B=1/9\Rightarrow CV_B=\frac{1/9}{14/5}\simeq 0/13$$

چون $CV_A<CV_B$، پس A کارگر با دقت‌تری است.

.۹۶ ۱ **۲** ۳ ۴

Q_1، Q_2 و Q_3 چارک‌های اول تا سوم هستند. ابتدا داده‌ها را به شکل صعودی مرتب می‌کنیم:

$$10/6\ ,\ 10/6\ ,\ \underset{Q_1=11/2}{\underset{\downarrow}{11/2}}\ ,\ 11/5\ ,\ \underset{\downarrow}{11/9\ ,\ 12/3}$$

$$Q_2=\frac{11/9+12/3}{2}=12/1$$

$$,\ 12/7\ ,\ \underset{Q_3=12/8}{\underset{\downarrow}{12/8}}\ ,\ 13/5\ ,\ 30/2$$

$$\Rightarrow\frac{Q_1+Q_3-2Q_2}{Q_3-Q_1}=\frac{11/2+12/8-2(12/1)}{12/8-11/2}$$

$$=\frac{-0/2}{1/6}=-\frac{1}{8}=-0/125$$