



مجموعه پرسش‌های چهارگزینه‌ای

ریاضی (۱) پایه دهم

مؤلفین:

حسین شفیع‌زاده
علی افضل‌زاده
مجتبی عارف نسب



انتشارات خوشنویس

پیشگفتار ناشر

خدایا

من بی تو چیزی نیستم و من بی تو اصلاً نیستم

فراموشی، واژه‌ی غریبی است.

همای ما گاهی در طول روز و زندگی با آن مواجه می‌شویم.

گاهی کلاهه‌کننده است و ملال آور.

مثل فراموشی یک فرمول سر امتحان، مثل فراموشی برداشتن یک کلید، مثل فراموشی رمز *Wifi* خونه‌ی خاله! مثل فراموشی یک شعر و ترانه.

گاهی فراموشی یک نعمت است.

مثل فراموشی خاطرات دردناک، مثل فراموشی از دست دادن یک دوست و رفیق، مثل فراموشی رمز *Wifi* توسط پسر خاله!

از شوخی بگذریم، واقعاً واژه‌ی عجیبی است. اگر فراموشی نبود گاهی غم‌های دنیا از ما گرفته نمی‌شد.

بریم سر اصل مطلب که چرا فراموشی مرا این قدر در فکر فرو برد.

دانشآموزانی که سرکلاس‌های من بودند خاطرات شیرین زیادی از من شنیده‌اند. ونی ...

فراموشی! شیرینی یک خاطره‌ی قدیمی را برایم تلخ کرد. سرکلاس یکی از دانشآموزان، فرزند یک معلم و دوست قدیمی، با شوخی خواستار تعریف یک خاطره‌ی شیرین از یک دوست شهید شد. خاطره‌ای که در سختی کار و مشغله‌های زندگی فراموش شده بود. فراموشی که مرا منقلب کرد و تا شب در فکر فرو برد. این خاطره و فراموشی باعث شد دوباره سری به آلبوم قدیمی دوستان بزنم. آن روزها عکس و فیلم‌برداری و ثبت خاطرات، نعمتی به ارزانی امروز و در گوشی‌های موبایل نبود، تا هر جا و هر وقت که بخواهیم یک خاطره‌ی شیرین را

ثبت کنیم و در تلگرام برای دوستان *share* کنیم و در اینستا

برایش گاه [لایک](#) بگیریم.

آن روزها دوربین‌های عکاسی، فیلم ۳۶ تایی می‌خورد نه رم ۱۶ گیگ. پس عکس می‌شد یادگاری، عکس دادن به عنوان هدیه می‌شد رسم یادگاری. پشت عکس‌ها اسم دوستان رو می‌نوشتیم و تاریخ، و گاهی چند خطی خاطره.

آلبوم برایم پر از خاطرات تلخ و شیرین بود. اسم دوست شهیدم را به یادآوردم؛ [شهید ناظم!](#)

بی قرار توان و در دل تنگم گله‌هاست آه بیتاب شدن عادت کم حوصله‌هاست

دل تگی و دل‌گرفتگی باعث شد به رفیق قدیم و از بردار نزدیکترم حسین (شفیع‌زاده) زنگ بزنم و چند کلامی از خاطرات قدیم رو با هم مرور کنیم.

واژه‌ی غریبی است این فراموشی ...

امیدوارم که فراموشی سر امتحان سراغتون نیاد!!!!!!

از حسین آقا بابت همراهی همیشگی در چاپ و نشر کتبی درخور شما دانشآموzan تشکر می‌کنم. ایشان مثل همیشه و در راستای اهداف انتشارات با دو تن از دوستان عزیز آقیان عارف‌نسب و افضل‌زاده، ما را در تأییف این کتاب یاری کردند. انتشارات خوشخوان با ورود دوره‌ی جدیدی از کتب درسی و تغییر نظام آموزشی بر آن شد تا شیوه‌ی جدیدی را در نگارش و تأییف کتاب‌های خود در پیش گیرد. کتاب حاضر با عنوان پرسش‌های چهارگزینه‌ای ریاضیات دهم در اختیار شما دانشآموzan قرار گرفته است. تا علاوه بر رفع نقاط ضعف شما و افزایش تنوع در سوالات عناوین دیگر کتب ریاضی دهم انتشارات، شما را با روش‌های پاسخگویی به سوالات ریاضی چهارگزینه‌ای آشنا کند و شما را برای شرکت در آزمون‌های تستی در پایه تحصیلی خود و در آینده کنکور آماده کند.

آن شاء الله بتوانیم با شناخت نیازهای نسل شما و تجربه‌های بدست آمده از سال‌های تدریس دوستان، استرس و دلهره را از دوش تگتکتان برداریم و نسل شاداب و پرانرژی را، نه تنها برای ساختن آینده‌ی این مرز و بوم بلکه دنیا تربیت کنیم.

لازم می‌دانم از تمامی کسانی که در تویید این اثر نقش داشتند کمال تشکر را داشته باشم و از شما دوست عزیز نیز به خاطر نواقص و کمبودهای احتمالی طلب عفو دارم.



به‌یاد تمام برادران شهیدم که زیر چتر گریه‌های
شبانه‌ی آنها ما امروز احساس امنیت می‌کنیم.

رسول حاجی‌زاده
مدیر انتشارات خوشخوان



بسم الله الرحمن الرحيم

خداوندمنان را شاکریم که بار دیگر بر ما منت نهاد و توفیق نگارش کتابی برای کملترسانی به دانشآموزان عزیز سرزمین مان، ایران، را عنایت فرمود.

کتابی که پیش روی شمام است، شامل پرسش‌های چهارگزینه‌ای درس ریاضی (۱) مربوط به دانشآموزان رشته‌ی ریاضی و تجربی سال دهم دوره‌ی متusalemی دوم می‌باشد. در این کتاب سعی شده است نکات زیر رعایت شود؛

(۱) کوشیده‌ایم، کتابی متناسب با کتاب جدید انتایف ریاضی (۱)، تأییف کنیم و از چهار چوب‌های درس داده شده و روح کلی حاکم بر کتاب خارج نشویم. علیرغم آن‌که این کتاب بنابر سیاست‌های کلی انتشارات خوشخوان برای دانشآموزان برتر نگارش شده، اما برای حل تمامی سوال‌ها هیچ نیازی به مطالب و نکات خارج از کتاب درسی و تدریس معلمین محترم نیست. بلکه سعی کردیم با طرح پرسش‌هایی همان‌گونه، قدرت تفکر و درک ریاضی دانشآموز را در سرفصل‌های کتاب درسی بالاتر بریم. به همین جهت، این کتاب فاقد درس‌نامه است، و دانشآموز پس از تدریس معلم می‌تواند مستقیماً به حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای پردازد.

(۲) کوشیده‌ایم، علاوه بر آن‌که بنا بر اختصار گذاشته‌ایم، مطلب یا نکته‌ای را از قلم نینداخته باشیم. حجم کتاب متناسب با کشش و فرصت دانشآموز سال دهم تنظیم شده است، به گونه‌ای که نه با حل سوال‌های تکراری و یکسان به ملال بیافتد، و نه آن طور که از بعضی نکات غافل بماند. تعداد سوالات در هر بخش به گونه‌ای تنظیم شده است تا دانشآموز بتواند در طول سال و در عرض تدریس معلم تمامی سوالات را بررسی کند.

(۳) کوشیده‌ایم، پرسش‌های هر فصل را در چندین زیر فصل دسته‌بندی کنیم و در این دسته‌بندی، ترتیب تدریس معلمین محترم را مدنظر قرار داده‌ایم. به این ترتیب، دانشآموز می‌تواند در هر بار مراجعه به کتاب و برای یادگیری و تمرین هر بخش با تعداد کمی پرسش سر و کار داشته باشد. این پرسش‌ها با دقت زیاد و با صرف وقت بسیار مؤلفین در کنار هم چیزهای شده‌اند، تا تقدم و تأخیر آنها روند تکرر دانشآموز را تسهیل کند. لذا توصیه می‌شود، پرسش‌های هر بخش را جداگانه، به‌طور کامل و به ترتیب موجود در کتاب حل کنید، و پس از رفع اشکالاتیان به بخش بعدی پردازید.

(۴) کوشیده‌ایم، پاسخ‌نامه‌ی تشریحی پرسش‌های هر فصل (که در انتهای هر فصل آمده) هرگونه ابهامی را که ممکن است در طی مراحل حل سؤال به وجود آید، بزداید. البته همان‌طور که اشاره شد، سعی کنید ابتدا بر مطالب موجود بر کتاب تسلط پیدا کنید، سپس به حل سؤالات پردازید. سپس اگر در حل سؤال به مشکل برخوردید، به پاسخ‌نامه‌ی تشریحی مراجعه کنید. گرچه قالب این کتاب به صورت پرسش‌های چهارگزینه‌ای (تست) می‌باشد، اما تسلط بر روش حل تشریحی سؤالات به شما برای سال‌های تحصیلی آینده کمک زیادی خواهد کرد.

(۵) کوشیده‌ایم، در هر فصل سؤالات دشوارتر را با علامت قفل  از دیگر سؤال‌ها متمایز کنیم. عدم توانایی در حل این سؤالات به هیچ وجه نشان دهنده ضعف شما نیست. اما حل آنها به کمک پاسخ تشریحی به مهارت‌های شما در درس ریاضی می‌افزاید.

(۶) کوشیده‌ایم، در پایان هر فصل با قرار دادن سه آزمون در سطوح مختلف مهارت شما را در مطالب آن فصل بسنجیم. شما پس از حل پرسش‌های هر فصل، می‌توانید با امتحان گرفتن این آزمون‌ها از خودتان، نقاط قوت و ضعف خود را در هر فصل بشناسید. این آزمون‌ها قادر پاسخ‌نامه تشریحی بوده، و فقط دارای کلید تصحیح می‌باشند.

(۷) کوشیده‌ایم، سؤالات مرتبط با هر بحث را از کنکور سراسری سالیان اخیر در انتهای هر بخش گردآوری کنیم. عدم وجود این سؤالات در بعضی از بخش‌ها به معنای کم اهمیت بودن آنها نیست، بلکه به معنای پایه‌ای بودن این مطالب برای مباحث دیگری است که در سال‌های آینده خواهید خواند. بقیه‌ی سؤالات این کتاب (به جز چند سؤال المپیاد ریاضی سالیان دور) یک به یک برای کتاب حاضر تأییف شده‌اند و حاصل تجربه‌ی سال‌ها تدریس مؤلفین در مدارس مختلف می‌باشند.

در پایان، بر خود لازم می‌دانیم از جناب آقای حاجی‌زاده، مدیریت محترم، جناب آقای بوربور، مدیریت تأییف، و تمامی اعضای محترم انتشارات خوشخوان در بخشهای مختلف، به جهت فراهم نمودن این فرصت، تشکر کنیم. ضمناً از آقایان احسان شریفیان و امیر افشار راد، رتبه‌های برتر کنکور سراسری ۱۳۹۵، که با کمال دقیقت، سؤالات این کتاب را حل کرده و اشکالات موجود را بطرف نمودند، سپاسگزاری می‌کنیم، از جناب آقای دکتر محمد جمال صادقی بابت ویراستاری دقیق و دلسویزهای چاپ اول کتاب کمال تشکر و قدردانی را داریم. هم چنین، منت‌دار خانواده‌هایمان بابت صبر، حوصله و دلگرمی‌هایشان در طی مراحل تأییف این کتاب هستیم.

لطفاً نظرات خود را در مورد این کتاب، توسط کانال ارتباطی [@khoshkhanmath](https://t.me/khoshkhanmath) یا شماره تلفن ۰۲۱۶۶۴۹۴۰۲۰ با ما در میان بگذارید. پیش‌ایش سپاس‌گزاریم.



چاپ دوم - تیرماه ۱۳۹۶

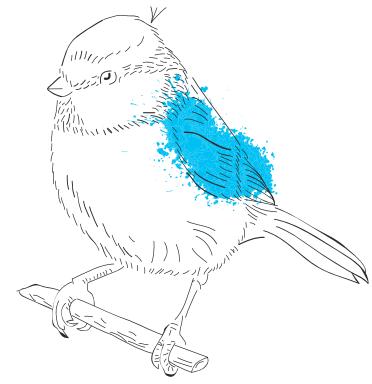
حسین شفیع‌زاده، علی افضل‌زاده، مجتبی عارف‌نسب

فهرست مطالب

۱	مجموعه، الگو و دنباله	فصل اول
۲۹	مثلثات	فصل دوم
۵۹	توان‌های گویا و عبارت‌های جبری	فصل سوم
۸۳	معادله‌ها و نامعادله‌ها	فصل چهارم
۱۲۷	تابع	فصل پنجم
۱۵۹	شمارش، بدون شمردن	فصل ششم
۱۸۹	آمار و احتمال	فصل هفتم

فصل اول

مجموعه، الگو و دنباله



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱-۱

مجموعه‌ها

تعداد تست: ۱۵

۱. کدام گزینه صحیح است؟

$$\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{Q} - \mathbb{R} = \mathbb{Q}'$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$$

$$\mathbb{N} - \mathbb{W} = \{\}$$

۴

۲. چند تا از مجموعه‌های $\mathbb{Q}' - \mathbb{W}$ و $\mathbb{Z} - \mathbb{Q}$, $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$, $\mathbb{W} - \mathbb{N}$ متناهی هستند؟

۳

۲

۱

۳. مجموعه‌های اعداد طبیعی، صحیح، حقیقی، گویا، گنگ و حسابی را به طور تصادفی با حروف A تا F نام‌گذاری می‌کنیم. اگر عبارت $D \subseteq A \subseteq C \subseteq E \subseteq F$ برقرار باشد؛ کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

$$F - B$$

$$B \cap E$$

$$C \cap E$$

$$C - D$$

۱

۴. کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) اگر A دارای یک زیرمجموعه‌ی نامتناهی باشد، آن‌گاه A یک مجموعه‌ی نامتناهی است.

(۲) اگر A' یک مجموعه‌ی نامتناهی باشد، آن‌گاه A یک مجموعه‌ی متناهی است.

(۳) اگر A دارای یک زیرمجموعه‌ی متناهی باشد، آن‌گاه A یک مجموعه‌ی متناهی است.

(۴) اگر A' یک مجموعه‌ی متناهی باشد، آن‌گاه A یک مجموعه‌ی نامتناهی است.

۵. کدام مجموعه‌ی زیر متناهی و تعداد اعضای آن فرد است؟

(۲) مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی عدد ۳۶

(۱) مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی عدد ۳۵

(۴) مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۳۶

(۳) مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۳۵

۶. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) دو مجموعه‌ی نامتناهی وجود دارد که یکی زیرمجموعه‌ی دیگری است.

(۲) دو مجموعه‌ی نامتناهی وجود دارد که اشتراک آن‌ها برابر تهی است.

(۳) اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه $A - B$ مجموعه‌ای نامتناهی است.

(۴) تمامی گزینه‌ها صحیح است.

۷. کدام مجموعه‌ی زیر متناهی است؟

$$\phi$$

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{Z} \cap \mathbb{W}$$

$$\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$$

۱

۸. کدام مجموعه‌ی زیر نامتناهی است؟

{ \mathbb{N} }

(۱) مجموعه‌ی اعداد طبیعی ده رقمی

(۴) مجموعه‌ی اعداد اول زوج

(۳) بازه‌ی (۰, ۱)

۹. اگر A و B دو مجموعه‌ی نامتناهی باشند، آن‌گاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) اگر مجموعه‌ی $A - B$ متناهی باشد، آن‌گاه $B - A$ نیز متناهی است.

(۲) اگر مجموعه‌ی $A - B$ نامتناهی باشد، آن‌گاه $B - A$ نیز نامتناهی است.

(۳) مجموعه‌ی $A \cap B$ نامتناهی است.

(۴) مجموعه‌ی $(A \cup (B - A)) \cap (B - A)$ نامتناهی است.

۱۰. یک مجموعه‌ی متناهی است. از کدام یک از روابط زیر، متناهی بودن مجموعه‌ی B را نمی‌توان نتیجه گرفت؟

$$A \cup B = A$$

$$A \cup B = \{2, 5\}$$

$$n(A \cup B) = 10$$

$$n(A \cap B) = 3$$

۱

۱۱. برای ۳ مجموعه‌ی دلخواه A , B و C کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) $(A')'$ و A' جدا از هم هستند.

(۲) اگر $B \cap A$ جدا از هم باشند، B و A نیز جدا از هم هستند.

(۳) اگر $A \neq \emptyset$ ، آن‌گاه $A \cap A$ جدا از هم نیستند.

(۴) اگر $A \cap B$ جدا از هم بوده، B و C نیز جدا از هم هستند.

۱۲. اگر مجموعه‌ی غیرتنهی A , زیرمجموعه‌ی B باشد، کدام یک از زوج مجموعه‌های زیر، جدا از هم هستند؟

$$B' \text{ و } A'$$

$$B \text{ و } A'$$

$$B' \text{ و } A$$

$$B \text{ و } A$$

۱

۱۳. اگر مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعداد طبیعی باشد و داشته باشیم: $B = \{3, 4, 8\}$ و $A' = \{n \mid n \geq 5\}$ و آن‌گاه $A \cup B$ کدام است؟

$$\{1, 2\}$$

$$\{1, 2, 3, 4\}$$

$$\{1, 2, 3, 4, 8\}$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

۱

۱۰. چهارگزینه‌ای (با خوبی) (۱)

۱۱. چهارگزینه‌ای (با خوبی) (۱)

۱۲. چهارگزینه‌ای (با خوبی) (۱)



۱۴. اگر داشته باشیم: $(A \cap B)'$ برابر است

با:

$$\{2, 4, 5\} \quad ۴$$

$$\{2, 3, 4\} \quad ۳$$

$$\{1, 2, 3, 5\} \quad ۲$$

$$\{1, 3, 4, 5\} \quad ۱$$

۱۵. کدام عدد زیر عضو مجموعه اعداد گنگ است؟

$$\sqrt{\frac{1}{4/41}} \quad ۴$$

$$\sqrt{7 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3} \quad ۳$$

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3} \quad ۲$$

$$\sqrt{6/25} \quad ۱$$

تعداد اعضای مجموعه ها

تعداد تست: ۳۰

۱۶. فرض کنید $U = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 7\}$ مجموعه مرجع باشد. اگر $A \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ و $A \cap B' = \{2\}$ باشد، مجموعه A چند عضو دارد؟

$$۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۱۷. فرض کنید $U = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 2\}$ مجموعه مرجع باشد. اگر $A \cup B = U$ و $B - A = \{-2\}$ ، $A - B = \{1, 2\}$ باشد، تعداد اعضای مجموعه $A \cap B$ برابر است با:

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۱۸. فرض کنید A و B زیرمجموعه هایی از مجموعه مرجع U باشند به طوری که $n(A \cap B) = ۹$ ، $n(A) = ۱۹$ ، $n(B) = ۲۴$ و $n(U) = ۴۰$ حاصل $n(A' \cap B')$ برابر است با:

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۱۹. اگر $n(A) = ۱۲$ و $n(B - A) = ۷$ ، $n(A - B) = ۴$ باشد، تعداد اعضای $A \cup B$ کدام است؟

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۰. اگر $n(A \cup B) = ۲۰$ باشد، حاصل $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ کدام است؟

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۱. اگر $n(A \cup B) = ۱۲$ و $n(A \cap B) = ۳$ باشد، تعداد اعضای $A - B$ کدام است؟

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۲. فرض کنید A و B دو مجموعه مجزا و زیرمجموعه هایی از مجموعه U باشند به طوری که $n(A \cup B') = ۱۲$ ، $n(B) = ۱۰$ ، $n(A) = ۱۴$ برابر است با:

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۳. دو مجموعه می باشند، حاصل $\frac{n(A) + n(B)}{n(A \cup B)}$ کدام یک از اعداد زیر می تواند باشد؟

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۴. اگر تعداد اعضای مجموعه A برابر ۶ بوده و داشته باشیم $n(A \cup B) - B = ۴$ ، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۵. اگر $n(A \cap B) = ۴$ بوده و داشته باشیم $n(A \cup B) = ۹$ ، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۶. اگر $n(A \cup B') = ۳۰$ ، $n(U) = ۱۰۰$ و $n(A') + n(B') = ۸۰$ باشد، تعداد اعضای $A - B$ کدام است؟

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۷. اگر $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ باشد، آن گاه تمامی گزینه ها همواره درستند به جز گزینه هی:

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۸. اگر مجموعه های A ، B و $A \cup B$ به ترتیب ۷ ، ۹ و ۱۱ عضو داشته باشند، چند تا از زیرمجموعه های A ، زیرمجموعه های از B نیز هستند؟

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

$$۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۵ \quad ۶ \quad ۷ \quad ۸ \quad ۹ \quad ۱۰ \quad ۱۱ \quad ۱۲ \quad ۱۳ \quad ۱۴ \quad ۱۵ \quad ۱۶ \quad ۱۷ \quad ۱۸ \quad ۱۹ \quad ۲۰ \quad ۲۱ \quad ۲۲ \quad ۲۳ \quad ۲۴ \quad ۲۵ \quad ۲۶ \quad ۲۷ \quad ۲۸ \quad ۲۹ \quad ۳۰$$

۲۹. فرض کنید $n(A \cup B) = 40$ و $n(A - B) = 18$ ، $n(B - A) = 12$ ، $n(A \cap B) = 4$ تا کم می‌شود. تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه‌های A و B ، ۶ عضو برداشته شود، از $n(A \cap B)$ کدام است؟

۲۶ (۴) ۲۴ (۳) ۲۳ (۲) ۲۲ (۱)
۲۶ (۴) باشد، آن‌گاه حاصل $n[(A \cup B) \cap C] = 4$ و $n(A) = 6$ ، $n(B) = 6$ ، $n(C) = 10$ ، $A \subseteq B \subseteq C$ اگر کدام است؟

۱۰ (۴) ۸ (۳) ۶ (۲) ۴ (۱)
۱۰ (۴) باشد، مقدار $n(C - (A \cup B)) = 7$ و $n(B - A) = 8$ ، $n(A) = 12$ اگر کدام است؟

۲۹ (۴) ۲۷ (۳) ۲۵ (۲) ۲۳ (۱)
۲۹ (۴) اگر مجموعه‌های A ، B و C به ترتیب 13 ، 16 و 16 عضو داشته باشند و $n(A \cap C) = 4$ ، $n(A \cap B) = 6$ و $n(B \cap C) = 5$ و $n(B \cap C) = 6$ عضو در هر ۳ مجموعه مشترک باشد، تعداد اعضای اجتماع ۳ مجموعه کدام است؟

۴۴ (۴) ۴۰ (۳) ۳۶ (۲) ۳۲ (۱)
۴۴ (۴) سه مجموعه هستند و می‌دانیم تعداد اعضای A ، B و C به ترتیب برابر 3 ، 2 ، 4 و 5 است. تعداد اعضای $A - C$ کدام است؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)
۴ (۴) کلاسی 30 دانشآموز دارد که 17 نفر عضو تیم فوتبال و 7 نفر عضو تیم والیبال هستند. اگر 6 دانشآموز عضو هر دو تیم باشند؛ تعداد دانشآموزانی که عضو حداقل یکی از دو تیم باشند، کدام است؟

۲۴ (۴) ۲۱ (۳) ۲۰ (۲) ۱۸ (۱)
۲۴ (۴) در یک کلاس 30 نفره، 14 دانشآموز علاقه‌مند به مطالعه‌ی کتاب‌های داستانی و 12 دانشآموز علاقه‌مند به مطالعه‌ی کتاب‌های تاریخی هستند. اگر 8 نفر به هیچ کدام از کتاب‌های تاریخی و داستانی علاقه نداشته باشند تعداد دانشآموزان علاقه‌مند به هر دو نوع کدام است؟

۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)
۶ (۴) دانشآموز یک کلاس 36 نفره موظف هستند برای پروژه‌ی درس هنر خود، حتماً حداقل یکی از پروژه‌های عکاسی یا نقاشی را انتخاب کنند. اگر 23 نفر در پروژه‌ی عکاسی و 19 نفر در پروژه‌ی نقاشی ثبت‌نام کرده باشند، چند نفر در هر دو پروژه ثبت‌نام کرده‌اند؟

۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)
۶ (۴) کلاسی 25 دانشآموز دارد که 17 نفر در درس ریاضی و 14 نفر در درس فیزیک نمره‌ی قبولی کسب کرده‌اند. اگر 8 نفر در هر دو درس قبول شده باشند، چند نفر دقیقاً در یکی از این دو درس مردود شده‌اند؟

۱۷ (۴) ۱۵ (۳) ۱۳ (۲) ۱۰ (۱)
۱۷ (۴) اجتماع دو مجموعه‌ی A و B ، 24 عضو دارد. به مجموعه‌ی A ، 7 عضو اضافه و از مجموعه‌ی B ، 3 عضو حذف می‌کنیم؛ در نتیجه به اشتراک آن‌ها 3 عضو اضافه می‌شود. اجتماع دو مجموعه‌ی جدید چند عضو دارد؟

۳۱ (۴) ۲۸ (۳) ۲۵ (۲) ۲۱ (۱)
۳۱ (۴) در یک کلاس 32 نفره، 17 نفر طرفدار تیم A و 7 نفر طرفدار هیچ کدام از دو تیم نیستند. چند نفر فقط طرفدار تیم A هستند؟

۱۵ (۴) ۱۴ (۳) ۱۳ (۲) ۱۲ (۱)
۱۵ (۴) از 31 دانشآموز یک کلاس، 19 نفر در المپیاد ریاضی و 17 نفر در المپیاد ریاضی قبول شده‌اند. حداقل چند دانشآموز در هر دو المپیاد پذیرفته شده‌اند؟

۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)
۷ (۴) از 31 دانشآموز یک کلاس، 19 نفر در المپیاد ریاضی و 17 نفر در المپیاد ریاضی قبول شده‌اند. حداکثر چند دانشآموز در هر دو المپیاد پذیرفته شده‌اند؟

۱۹ (۴) ۱۷ (۳) ۱۰ (۲) ۵ (۱)
۱۹ (۴) مجموعه‌ی A دارای 36 عضو و مجموعه‌ی B دارای 28 عضو است و اشتراک آن‌ها 15 عضو دارد. اگر 16 عضو از مجموعه‌ی A حذف شود، از اشتراک آن‌ها 9 عضو حذف می‌شود. تعداد اعضای اجتماع مجموعه‌ی جدید A با مجموعه‌ی B کدام است؟

۴۵ (۴) ۴۲ (۳) ۴۱ (۲) ۴۸ (۱)
۴۵ (۴) از بین 100 نفر از افراد یک محله، 28 نفر مجله‌ی «الف»، 30 نفر مجله‌ی «ب»، 42 نفر مجله‌ی «ج»، 8 نفر مجله‌ی «الف و ب»، 10 نفر مجله‌ی «الف و ج»، 5 نفر مجله‌ی «ب و ج» و 3 نفر هر سه مجله را مطالعه می‌کنند. چند نفر از این افراد هیچ کدام از این سه مجلات را مطالعه نمی‌کنند؟

۲۰ (۴) ۱۴ (۳) ۱۳ (۲) ۱۲ (۱)
۲۰ (۴) با مطالعه‌ی آماری روی 500 بیننده‌ی یک شبکه‌ی ورزشی مشخص شد؛ 285 نفر مسابقات فوتبال، 195 نفر مسابقات والیبال، 115 نفر مسابقات بسکتبال، 45 نفر مسابقات فوتبال و بسکتبال، 50 نفر مسابقات والیبال و بسکتبال و 50 نفر مسابقات والیبال و بسکتبال را تماشا می‌کنند. ضمناً 5 نفر هیچ کدام از این 3 بازی را تماشا نمی‌کنند. چند نفر فقط یکی از این سه رشته‌ی ورزشی را تماشا می‌کنند؟

۳۲۵ (۴) ۳۰۰ (۳) ۴۰۵ (۲) ۴۳۰ (۱)



۴۵. نتیجه‌ی تحقیقات در مورد میزان علاوه‌ی دانشجویان به یادگیری زبان‌های خارجی، که بر روی ۱۰۰ نفر از دانشجویان انجام شده، نشان می‌دهد: ۱۸ نفر فقط به یادگیری زبان انگلیسی، ۲۳ نفر به یادگیری زبان انگلیسی و نه فرانسه، ۸ نفر به یادگیری زبان انگلیسی و آلمانی، ۲۶ نفر به یادگیری زبان انگلیسی، ۴۸ نفر به یادگیری زبان آلمانی و نفر به یادگیری زبان فرانسه و آلمانی علاقه‌مند هستند. ضمن این که ۲۴ نفر به یادگیری هیچ کدام از این ۳ زبان علاوه‌ی ندارند، چند دانشجو علاقه‌مند به یادگیری زبان فرانسه هستند؟

۲۳ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۰ (۱)

بازه تعداد تست: ۱۵

۴۶. نمایش کدام بازه به صورت $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -a\}$ است؟

[$a, +\infty$) (۴)(- $\infty, -a]$ (۳)[- $a, +\infty$) (۲)(- $\infty, a]$ (۱)

۴۷. اعداد a و b هر دو در بازه‌ی $[k+1, 3k-1]$ قرار دارند. اگر حداقل مقدار $b-a$ برابر ۲ باشد، مقدار k کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۸. مجموعه‌ی $(-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$ بازه کدام گزینه است؟

 $\mathbb{R} - (-4, 1]$ (۴) $\mathbb{R} - [-4, 1)$ (۳) $\mathbb{R} - [-4, 1]$ (۲) $\mathbb{R} - (-4, 1)$ (۱)

۴۹. اگر $B = (-3, 13)$ و $A = (-\infty, 6]$ باشد، کدام گزینه غلط است؟ (مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعداد حقیقی است)

 $A' \cup B = (-3, +\infty)$ (۴) $A \cap B' = (-\infty, -3)$ (۳) $A \cup B = (-\infty, 13)$ (۲) $A \cap B = (-3, 6]$ (۱)

۵۰. به ازای چند مقدار صحیح a ، بازه‌ی $(a, a+1)$ نسبت به عمل ضرب بسته است؟

۴ (۴) بی‌شمار

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۱. اگر $B = [-1, +\infty)$ و $A = (1, +\infty)$ باشد، آن‌گاه حاصل $B - A$ کدام بازه است؟

[-1, 1] (۴)

[-1, 1) (۳)

(-1, 1] (۲)

(-1, 1) (۱)

۵۲. چند عدد صحیح در مجموعه‌ی $(-\infty, 4] - (\mathbb{R}^+ \cap (-\infty, 4])$ قرار دارد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۵۳. اگر $A' \cap B' = (-\infty, -4]$ و $B = (-4, 4]$ باشد، a کدام است؟

+\infty (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۵۴. اگر عدد ۵-متعلق به بازه‌ی $[2m-1, m+3]$ باشد، آن‌گاه حدود m کدام است؟

 $-4 < m \leq -3$ (۴) $-4 \leq m < -3$ (۳) $-8 \leq m < -2$ (۲) $-8 < m \leq -2$ (۱)

۵۵. به ازای چند مقدار طبیعی n ، عدد $\frac{1}{n+3}, \frac{1}{n+1}$ عضوی از بازه‌ی $(\frac{1}{15}, \frac{2}{15})$ است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۶. بازه‌ی $(\frac{1}{2} - r, \frac{1}{2} + r)$ شامل سه عدد صحیح فرد است. حداقل مقدار r کدام است؟

۴ (۴)

 $\frac{7}{2}$ (۳)

۳ (۲)

 $\frac{5}{2}$ (۱)

۵۷. اجتماع دو بازه‌ی $(1, a+3)$ و $(2a, 7)$ یک بازه‌ی باز است. حدود a کدام است؟

 $a \geq 3$ (۴) $\frac{1}{2} < a < 3$ (۳) $\frac{1}{2} < a \leq 3$ (۲) $\frac{1}{2} < a < \frac{5}{2}$ (۱)

۵۸. به ازای چند مقدار طبیعی n ، عبارت $n \in [4n-25, n^2]$ عبارتی صحیح است؟

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۵۹. اگر $A_i \cup A_{\bar{i}} - (A_5 \cap A_{\bar{5}}) = (-i, 1+i)$ باشد، حاصل $A_i = (A_5 \cup A_{\bar{5}}) - (A_5 \cap A_{\bar{5}})$ برابر است با:

 $(-6, -3] \cup [4, 7)$ (۴) $(-3, 2] \cup [3, 4)$ (۳) $(-2, 3)$ (۲) $(-6, -5) \cup (6, 7)$ (۱)



۶۰. اگر به ازای هر عدد طبیعی i ، $A_i \cup A_{\gamma} \cup A_{\varphi} \cup \dots \cup A_1 = [\frac{1}{i} - 1, 1 + \frac{1}{i}]$ باشد، حاصل A_i برابر است با:

$$A_1. (1)$$

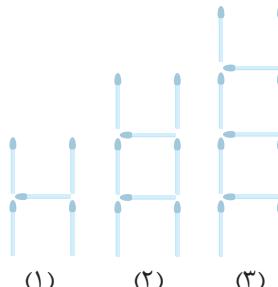
$$\left[\frac{-9}{10}, 2 \right) (3)$$

$$\left[0, \frac{11}{10} \right) (2)$$

$$A_1 (1)$$

تعداد تست: ۱۵

الگو و دنباله



(۱)

(۲)

(۳)

۶۱. با توجه به الگوی رو به روبرو، تعداد چوب کبریت‌های شکل چندم برابر ۱۳۱ است؟

$$45 (1)$$

$$44 (2)$$

$$43 (3)$$

$$42 (4)$$

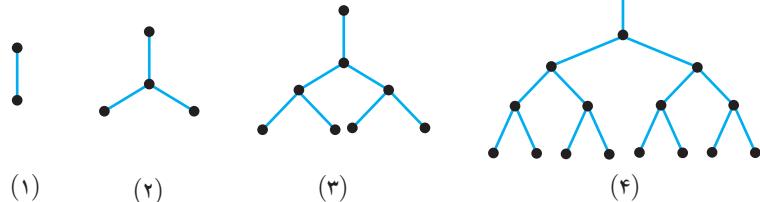
۶۲. در الگوی رو به روبرو، تعداد نقاط توپیر در شکل دهم کدام است؟

$$512 (1)$$

$$1024 (2)$$

$$2048 (3)$$

$$128 (4)$$

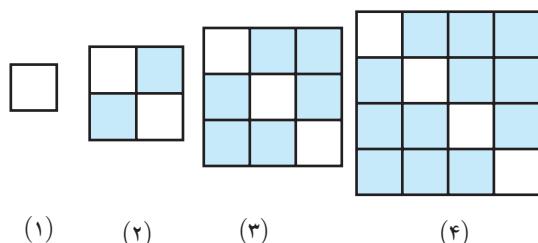


(۱)

(۲)

(۳)

(۴)



(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

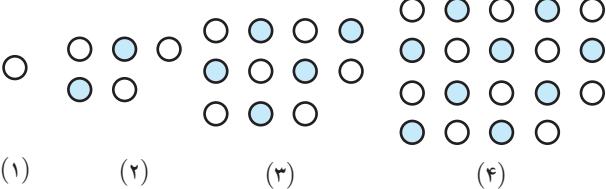
۶۳. در الگوی مقابله تعداد مربع‌های رنگ شده در شکل ۷۱ آم کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

$$56 (1)$$

$$132 (2)$$

$$196 (3)$$

$$210 (4)$$



(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

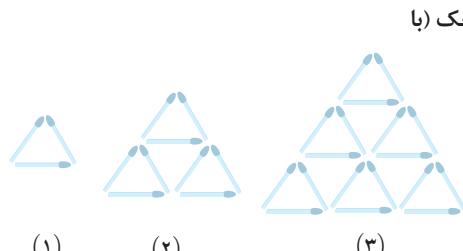
۶۴. با توجه به الگوی رو به رو، تعداد دایره‌های رنگی در شکل بیستم کدام است؟

$$209 (1)$$

$$210 (2)$$

$$211 (3)$$

$$212 (4)$$



(۱)

(۲)

(۳)

۶۵. با توجه به الگوی رو به رو، نسبت تعداد چوب کبریت‌های مصرف شده به تعداد مثلث‌های کوچک (با ضلع یک چوب کبریت) در شکل دهم کدام است؟

$$1/2 (1)$$

$$1/5 (2)$$

$$2 (3)$$

$$1/65 (4)$$

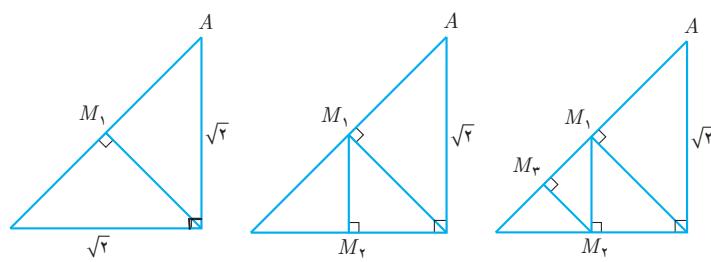
۶۶. در الگوی رو به روبرو، طول ضلع AM_7 کدام است؟

$$\frac{15}{16} (1)$$

$$\frac{15}{8} (2)$$

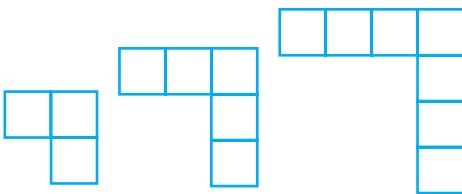
$$\frac{7}{4} (3)$$

$$\frac{5}{4} (4)$$





۶۷. شکل‌های زیر با چوب کبریت ساخته شده‌اند. اگر 5×5 تا چوب کبریت داشته باشیم، تعداد مربع‌ها در



بزرگ‌ترین شکل مشابهی که می‌توانیم بسازیم چند است؟

- ۱۶۷ (۱)
۱۶۶ (۲)
۱۶۵ (۳)
۱۶۴ (۴)

۶۸. جمله‌ی عمومی یک دنباله به صورت $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ است. حاصل جمع جملات چهارم و هفتم این دنباله چقدر است؟

- ۴۴ (۱) ۳۴ (۳) ۴۸ (۲) ۳۸ (۱)

۶۹. در یک دنباله «تعداد شمارنده‌های اول $a_n = n$ » است. اگر $a_n = 4$ باشد، حداقل مقدار n کدام است؟

- ۳۰ (۱) ۶۰ (۳) ۱۲۰ (۲) ۲۱۰ (۱)

۷۰. کوچک‌ترین جمله‌ی دنباله‌ی $a_n = n^3 - 12n + 7$ کدام است؟

- ۳۰ (۱) -۲۹ (۳) -۲۸ (۲) -۲۵ (۱)

۷۱. در دنباله‌ی \dots, a_n, \dots ، مجموع ۲۰ جمله‌ی اول برابر است با:

- $a_{21} - 1$ (۱) $a_{21} + 1$ (۳) $a_{22} - 1$ (۲) $a_{22} + 1$ (۱)

۷۲. کدام یک از جملات عمومی زیر مربوط به یک الگوی خطی است؟

- هر سه گزینه (۱) $c_n = 2$ (۳) $b_n = n(n-4) - n^2$ (۲) $a_n = 4(n-2)$ (۱)

۷۳. در دنباله‌ی با جمله‌ی عمومی $a_n = -n^3 + 6n - 1$ ، مقدار کدام جمله بیشتر است؟

- a_{3333} (۱) a_{333} (۳) a_{33} (۲) a_3 (۱)

۷۴. جملات دنباله‌ی $\dots, 2/399, 2/3999, 2/39999, \dots$ به یک عدد ثابت و گویا بسیار نزدیک می‌شوند. جمله‌ی دهم دنباله‌ی تفاضل آن‌ها از این عدد ثابت

کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۹۴)

- 2×10^{-11} (۱) 10^{-9} (۳) 10^{-10} (۲) 10^{-11} (۱)

۷۵. در یک الگوی خطی، $t_7 = 38$ و $t_{11} = 66$ است. مقدار t_2 برابر است با:

- ۱۰ (۱) ۸ (۳) ۵ (۲) ۳ (۱)

دنباله‌ی حسابی تعداد تست: ۳۵

۷۶. جمله‌ی بیست و چهارم دنباله‌ی حسابی $\dots, -1, -6, -4, \dots$ برابر است با:

- ۱۱۱ (۱) -۱۰۶ (۳) -۱۰۱ (۲) -۹۶ (۱)

۷۷. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی ششم برابر ۳ و جمله‌ی چهاردهم برابر ۱۵ است. جمله‌ی صدم این دنباله کدام است؟

- ۱۳۸ (۱) ۱۴۱ (۳) ۱۴۴ (۲) ۱۴۷ (۱)

۷۸. در دنباله‌ی حسابی $\dots, a_1, a_2, \dots, a_{۲۴}, \dots, ۷۰, ۷۳, \dots$ ، جمله‌ی اول کدام است؟

- ۳ (۱) -۲ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱)

۷۹. در دنباله‌ی حسابی $\dots, a^3 - 2a + ۳, a^3 - 2a, a^3 - 2a + ۳, \dots$ است؟

- a_{102} (۱) a_{101} (۳) a_{100} (۲) $a_{۳۰۰}$ (۱)

۸۰. در دنباله‌ی حسابی $\dots, -x^3, ۴۵, ۴y, \dots$ مقدار z کدام است؟

- ۶۵ (۱) ۵۵ (۳) ۴۵ (۲) ۳۵ (۱)

۸۱. در دنباله‌ی حسابی $\dots, 2, a, b, \frac{13}{2}, \dots$ مجموع جملات نوزدهم و بیستم چقدر است؟

- $61/5$ (۱) $59/5$ (۳) $57/5$ (۲) $55/5$ (۱)

۸۲. اگر جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی به صورت $a_n = (a^3 - 1)n^3 + ۲n - a$ باشد، قدرنسبت آن برابر است با:

- چنین چیزی امکان ندارد (۱) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)



۸۳. جملات اول، سوم و هفتم یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب $1 - n$ ، $2n + 2$ و $5n + 5$ هستند. مقدار n کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{9}{2}$ (۲)

$\frac{7}{2}$ (۱)

۸۴. در دنباله‌ی حسابی a_n با جملات ... $-1, \frac{1}{6}, \frac{4}{3}, \frac{5}{2}$ تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با چه قدر نسبتی می‌دهند؟

$\frac{35}{6}$ (۴)

۳۵ (۳)

$\frac{7}{6}$ (۲)

۷ (۱)

۸۵. اگر در دنباله‌ی حسابی a_n ، $a_4 = a_7 + a_{19} + a_{22} = 36$ باشد، مقدار a_{13} برابر است با:

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

۸۶. اگر جمله‌ی p آم یک دنباله‌ی حسابی برابر q و جمله‌ی q آم آن برابر p باشد، جمله‌ی $(p + q)$ آم آن کدام است؟ ($p \neq q$)

$q - p$ (۴)

-۱ (۳)

صفر (۲)

$p + q$ (۱)

۸۷. در یک دنباله‌ی حسابی، اختلاف جملات $(-1)^n + (2n - 1)^n$ هفت برابر قدرنسبت است. مقدار n کدام است? ($n \in \mathbb{N}$)

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۹ (۱)

۸۸. اضلاع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل یک دنباله‌ی حسابی داده‌اند. محیط این مثلث چند برابر ضلع کوچک‌تر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۸۹. جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی $1 - ۰\cdot 7 - \dots$ و جمله‌ی بیستم آن 26 است. چه تعدادی از جملات این دنباله منفی هستند؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۹۰. دو دنباله‌ی حسابی ... $5, 1, 2, \dots$ و $7, 11, 15, \dots$ را در نظر بگیرید. مجموع جملات مشترک دو دنباله که در بازه‌ی $(20, 50)$ قرار دارند، کدام است؟

۱۰۵ (۴)

۱۱۶ (۳)

۹۴ (۲)

۱۲۷ (۱)

۹۱. مجموع سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی حسابی برابر 27 و حاصل ضرب آن‌ها برابر 585 است. قدرنسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۹۲. اعداد زوج را به گونه‌ای دسته‌بندی کرده‌ایم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره‌ی آن دسته باشد ... $(2), (4, 6), (8, 10, 12), (14, 16, 18, 20)$

تفاضل جمله‌ی اول و آخر دسته‌ی پانزدهم کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۳۰ (۲)

۲۸ (۱)

۹۳. مساحت مثلث قائم الزاویه‌ای که اضلاع آن تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند 54 است. محیط این مثلث کدام است؟

۴۲ (۴)

۳۶ (۳)

۳۲ (۲)

۲۴ (۱)

۹۴. تعداد اعداد 3 رقمی که در تقسیم بر 7 باقیمانده‌ای برابر 3 دارند، کدام است؟

۱۳۱ (۴)

۱۳۰ (۳)

۱۲۹ (۲)

۱۲۸ (۱)

۹۵. بین دو عدد $\frac{2}{3}$ و $\frac{116}{3}$ ، هجده واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

$\frac{7}{3}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

۲ (۱)

۹۶. بین دو عدد $15 - \sqrt{2}$ و $\sqrt{2} + 25$ چند عدد قرار دهیم که دنباله‌ی حاصل، تشکیل دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت 2 بدهد؟

۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۹ (۲)

۱۸ (۱)

۹۷. در دنباله‌ی حسابی a_n ، $a_8 = 17$ و $a_{13}^2 - a_8^2 = 680$ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۸. در دنباله‌ی حسابی a_n ، $a_1 + a_{29} = 37$ و $a_4 + a_{12} = 27$ ، مقدار $a_9 + a_{15}$ برابر است با:

۳۲ (۴)

۳۱ (۳)

۳۰ (۲)

۲۹ (۱)

۹۹. در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع سه جمله‌ی اول 21 و مجموع چهار جمله‌ی بعدی 14 است. قدرنسبت این دنباله برابر است با:

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۵ (۱)

۱۰۰. اگر در دنباله‌ی حسابی a_n ، $a_5 = 9$ باشد، مقدار $7a_{13} - 4a_8 - 3a_4 + 6a_7 - 9a_5$ کدام است؟

۲۶ (۴)

۳۰ (۳)

۳۷ (۲)

۵۲ (۱)

۱۰۱. مجموع ۹ جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی برابر 153 است. جمله‌ی پنجم این دنباله کدام است؟

۴ (۴) قابل تعیین نیست.

۲۱ (۳)

۱۹ (۲)

۱۷ (۱)





۱۰۴. در یک دنباله‌ی حسابی با ۲۱ جمله، مجموع جمله‌ی اول و آخر برابر ۸۶ است. مجموع ۳ جمله‌ی وسط این دنباله کدام است؟

۱۶۳ (۴)

۱۴۳ (۳)

۱۲۹ (۲)

۴۳ (۱)

۱۰۵. در یک دنباله‌ی حسابی متناهی، مجموع ۳ جمله‌ی اول، مجموع ۳ جمله‌ی آخر و مجموع کل جملات به ترتیب برابر ۱۷، ۳۳ و ۲۵۰ است. تعداد جملات این دنباله کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

۱۰۶. مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی برابر $\frac{2}{3}n^2$ است. قدرنسبت این دنباله برابر است با:

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۱۰۷. در دنباله‌ی حسابی a_n با قدرنسبت $d \neq 0$ ، رابطه‌ی $a_n + a_k = a_{n+k}$ برقرار است. مقدار $\frac{a_1}{d}$ برابر است با:

۱ (۴)

-۱ (۳)

k (۲)

$-k$ (۱)

۱۰۸. جملات یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت d هستند. حاصل عبارت $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$ کدام است؟

$\frac{(n+1)}{a_1 a_n}$ (۴)

$\frac{(n-1)}{a_1 a_n}$ (۳)

$\frac{n+1}{a_1 a_n}$ (۲)

$\frac{n-1}{a_1 a_n}$ (۱)

۱۰۹. صد قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم می‌کنیم که تشکیل دنباله‌ی حسابی دهنده و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد. بیشترین سهم دریافتی نان‌ها چند برابر کمترین سهم دریافتی است؟

۲/۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۱۱۰. $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ جواب دستگاه معادله‌ی روبرو است. x_5 چند است؟

$x_1 + x_3 = 2x_2$

۱۱۱. $x_1 + x_4 = 2x_3$

صفر (۱)

\vdots

۵ (۲)

$x_8 + x_{10} = 2x_9$

۹ (۳)

$x_9 + x_1 = 22$

۱۱ (۴)

$x_{10} + x_2 = 26$

۱۱۲. اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره‌ی آن دسته باشد، ...، (۱)، (۳، ۵)، (۷، ۹، ۱۱) ... (۱) جمله‌ی آخر در دسته‌ی بیستم کدام است؟

(سراسری ریاضی فارج از کشور - ۹۱)

۴۳۲ (۴)

۴۲۱ (۳)

۴۱۹ (۲)

۴۱۵ (۱)

۱۱۳. در دنباله‌ی حسابی به صورت‌های ۲, ۷, ۱۲, ..., ۸, ۱۱, ۱۴, ... و ۲, ۷, ۱۲, ..., ۸, ۱۱, ۱۴, ... چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

(سراسری ریاضی فارج از کشور - ۹۴)

۶۱ (۴)

۶۰ (۳)

۵۹ (۲)

۵۸ (۱)

دنباله‌ی هندسی تعداد تست: ۳۵

۱۱۴. در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی پنجم $\frac{1}{27}$ و قدرنسبت $\frac{1}{3}$ است. جمله‌ی دوم برابر است با:

-۱ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

-۳ (۲)

۱ (۱)

۱۱۵. جمله‌ی هفدهم دنباله‌ی هندسی ...، $-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{12}, \dots$ برابر است با:

$\frac{1}{3}(-\frac{1}{2})^{17}$ (۴)

$-\frac{1}{3}(\frac{1}{2})^{17}$ (۳)

$-\frac{1}{3}(\frac{1}{2})^{16}$ (۲)

$\frac{1}{3}(-\frac{1}{2})^{16}$ (۱)

۱۱۶. قدرنسبت دنباله‌ای هندسی با جمله‌ی عمومی $a_n = -\frac{2}{3 \times 4^{n+1}}$ برابر است با:

$-\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

- ۱۱۴.** جمله‌ی سی و یکم یک دنباله‌ی هندسی 8 برابر جمله‌ی سی و چهارم است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟
- -2 (۴) $-\frac{1}{2}$ (۳) 2 (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)
- ۱۱۵.** در دنباله‌ی a_n می‌دانیم $a_1 = -1$ و $(n > 1)$ ، $2a_n + 3a_{n-1} = 0$ ، جمله‌ی عمومی این دنباله کدام است؟
- $-(-\frac{3}{2})^{n-1}$ (۴) $-(-\frac{2}{3})^{n-1}$ (۳) $(-\frac{2}{3})^{n-1}$ (۲) $(-\frac{3}{2})^{n-1}$ (۱)
- ۱۱۶.** در دنباله‌ی هندسی ... $-1, x, y, 27, \dots$ حاصل $x + y$ برابر است با:
- -6 (۴) -27 (۳) 27 (۲) 6 (۱)
- ۱۱۷.** اگر ... $x - 3, x + 1, 3x + 3$ یک دنباله‌ی هندسی باشد، جمله‌ی x ام این دنباله کدام است؟
- 54 (۴) 162 (۳) 48 (۲) 144 (۱)
- ۱۱۸.** اگر سه عدد $3^x, 81^z, 9^y$ تشکیل دنباله‌ای هندسی بدهند، کدام رابطه همواره درست است؟
- $x = 2(y - 2z)$ (۴) $x = 4y - 3z$ (۳) $x = 4(y - z)$ (۲) $x = y - z$ (۱)
- ۱۱۹.** در یک دنباله‌ی هندسی حاصل ضرب جملات اول و یازدهم 6 است. اگر جمله‌ی چهارم 4 باشد، مقدار جمله‌ی هشتم کدام است؟
- 240 (۴) 120 (۳) 30 (۲) 15 (۱)
- ۱۲۰.** اندازه‌ی اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q هستند. حاصل $q^2 - q^2$ کدام است؟ (۱)
- -1 (۴) 3 (۳) -2 (۲) 1 (۱)
- ۱۲۱.** چند دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی a_n و با ویژگی‌های $a_6 \times a_7 = 81$ و $a_7 \div a_3 = 81$ و وجود دارد؟
- 6 (۴) 4 (۳) 2 (۲) 1 (۱)
- ۱۲۲.** در دنباله‌ی هندسی ... $a, b, \frac{64}{27}, \frac{32}{9}$ ، جمله‌ی چندم برابر 27 است؟
- 9 (۴) 7 (۳) 5 (۲) 3 (۱)
- ۱۲۳.** جمله‌ی n ام یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت r و جمله‌ی سوم a برابر است با:
- $a_n = ar^{n-4}$ (۴) $a_n = ar^{n-3}$ (۳) $a_n = ar^{n-2}$ (۲) $a_n = ar^{n-1}$ (۱)
- ۱۲۴.** در یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q و جمله‌ی اول $a_1 \neq a_{11}$ حاصل ضرب جملات سوم و دوازدهم با حاصل ضرب جملات هفتم و n ام برابر است. مقدار n کدام است؟ ($|q| \neq 0, 1$)
- 15 (۴) 9 (۳) 16 (۲) 8 (۱)
- ۱۲۵.** اگر سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی به صورت $1 - 2y + 3x + 1$ و $2y - 3x + 1$ باشند، آن‌گاه قدرنسبت دنباله کدام است؟
- $\frac{3}{2}$ (۴) -2 (۳) -1 (۲) 1 (۱)
- ۱۲۶.** حاصل ضرب 3 جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی $2, 4, 8, \dots$ برابر است با:
- 2480 (۴) 2465 (۳) 2450 (۲) 2435 (۱)
- ۱۲۷.** در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی ششم برابر 5 است. حاصل ضرب یازده جمله‌ی ابتدایی این دنباله کدام است؟
- 5^{11} (۴) 5^6 (۳) $\sqrt{5}^{11}$ (۲) 25^{11} (۱)
- ۱۲۸.** تمام جملات یک دنباله‌ی هندسی نامتناهی اعداد طبیعی هستند. اگر $a_5 - 2a_3 = 8$ باشد، حاصل $a_1 + a_3 + 2a_5$ کدام است؟
- 8 (۴) 6 (۳) 4 (۲) 3 (۱)
- ۱۲۹.** اگر 3 عدد $x + 2y$ ، $x + y$ ، $y - 2x - 1$ و $y - 3x + y$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی و سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مجموع ده جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟
- -50 (۴) 50 (۳) -25 (۲) 25 (۱)
- ۱۳۰.** اگر واسطه‌ی حسابی و واسطه‌ی هندسی دو عدد $2a$ و $3b$ مساوی باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟ ($b \neq 0$)
- -1 (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) 1 (۱)
- ۱۳۱.** اگر اعداد ... 3 دنباله‌ای حسابی و اعداد ... 3 دنباله‌ای هندسی تشکیل دهنند، حاصل $a + b$ کدام است؟ ($a, b \neq 0$)
- 15 (۴) 20 (۳) 16 (۲) 18 (۱)



۱۳۴. جملات دوم، پنجم و یازدهم یک دنباله‌ی حسابی، سه جمله‌ی متواالی یک دنباله‌ی هندسی‌اند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{3}{2}$$

$$3 \quad 3$$

$$2 \quad 2$$

$$\frac{2}{3}$$

۱۳۵. اگر a ، b و c ، سه جمله‌ی متواالی یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت d باشند، به طوری که $c - d$ و $b - d$ و $a - d$ تشکیل دنباله‌ی هندسی دهند، مقدار d کدام است؟

$$4 \quad 4$$

$$-1 \quad 3$$

$$2 \quad 2$$

$$1 \quad 1$$

۱۳۶. به سه جمله‌ی متواالی یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب a ، $2a$ و $3a$ اضافه نموده‌ایم. اعداد حاصل سه جمله‌ی متواالی یک دنباله‌ی هندسی‌اند، نسبت a به قدرنسبت دنباله‌ی حسابی چقدر است؟ (قدرنسبت مخالف صفر است)

$$-2 \quad 4$$

$$-1 \quad 3$$

$$2 \quad 2$$

$$1 \quad 1$$

۱۳۷. در یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q و جمله‌ی عمومی a_n جمله‌ی دوم، ۲ برابر جمله‌ی پنجم و جمله‌ی هشتم می‌توانند سه جمله‌ی متواالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند، بزرگ‌ترین این سه عدد چند برابر کوچک‌ترین آن‌ها است؟ ($a_1, q \neq 0$)

$$7 + 4\sqrt{3} \quad 4$$

$$5 + 4\sqrt{3} \quad 3$$

$$5 + 2\sqrt{3} \quad 3$$

$$2 + \sqrt{3} \quad 1$$

۱۳۸. واسطه‌ی هندسی بین دو عدد $\sqrt{1+a^4} + a\sqrt{2}$ و $\sqrt{1+a^4} - a\sqrt{2}$ برابر است با:

$$a^2 \pm 1 \quad 4$$

$$\pm(a^2 - 1) \quad 3$$

$$\pm(1 + a^2) \quad 3$$

$$1 \pm a^2 \quad 1$$

۱۳۹. بین اعداد $\frac{8}{3}$ و $\frac{27}{2}$ سه واسطه‌ی هندسی قرار دارد. جمله‌ی وسط کدام است؟

$$7 \quad 4$$

$$6 \quad 3$$

$$5 \quad 2$$

$$4 \quad 1$$

۱۴۰. در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی a_n ، اعداد ka_{15} ، $2a_1$ و $8a_2$ ، سه جمله‌ی متواالی یک دنباله‌ی هندسی دیگر هستند. مقدار k کدام است؟

$$\pm 4 \quad 4$$

$$\pm 3 \quad 3$$

$$\pm 2 \quad 2$$

$$\pm 1 \quad 1$$

۱۴۱. محیط مثلث‌های متساوی الاضلاعی تشکیل دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت ۴ می‌دهند. قدرنسبت دنباله‌ای هندسی که مساحت‌های این مثلث‌ها تشکیل می‌دهند کدام است؟

$$1 \quad 4$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 \quad 3$$

$$16 \quad 2$$

$$4 \quad 1$$

۱۴۲. اگر مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی به صورت $S_n = 2^{n-1} - \frac{1}{2}$ باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad 4$$

$$3 \quad 3$$

$$2 \quad 2$$

$$\frac{1}{2} \quad 1$$

۱۴۳. جملات اول، پنجم و هفتم یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی a_n و قدرنسبت q ، سه جمله‌ی متواالی یک دنباله‌ی حسابی هستند، حاصل $q^3 + 1$ کدام است؟ ($a_1, q \neq 0$)

$$q^6 \quad 4$$

$$q^5 \quad 3$$

$$q^4 \quad 2$$

$$q^3 \quad 1$$

۱۴۴. سه جمله‌ی اول x_1 ، x_2 و x_3 یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q هستند. کدام گزینه سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی نیست؟

$$x_3 + q^4, x_2 + q^2, x_1 + 1 \quad 4$$

$$x_3q^2, x_2q, x_1 \quad 3$$

$$x_3^2, x_2^2, x_1^2 \quad 1$$

۱۴۵. در یک دنباله با جمله‌ی عمومی a_n رابطه‌ی $a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n + 1$ برقرار است. به ازای کدام مقدار k دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $k - a_n$ هندسی است؟

$$-6 \quad 4$$

$$6 \quad 3$$

$$-3 \quad 2$$

$$3 \quad 1$$

۱۴۶. اعداد 2^a ، $4\sqrt{2}$ و 2^b سه جمله‌ی متواالی از دنباله‌ی هندسی‌اند. واسطه‌ی حسابی بین a و b کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad 4$$

$$1/5 \quad 3$$

$$2 \quad 2$$

$$2/5 \quad 1$$

۱۴۷. جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله‌ی حسابی می‌توانند سه جمله‌ی متواالی از دنباله‌ی هندسی باشند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟ (سراسری تبریزی - ۹۲)

$$\frac{7}{3} \quad 4$$

$$\frac{9}{4} \quad 3$$

$$\frac{7}{4} \quad 2$$

$$\frac{5}{3} \quad 1$$

پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای

				.۱۲۱
				.۱۲۲
				.۱۲۳
				.۱۲۴
				.۱۲۵
				.۱۲۶
				.۱۲۷
				.۱۲۸
				.۱۲۹
				.۱۳۰
				.۸۱
				.۸۲
				.۸۳
				.۸۴
				.۸۵
				.۸۶
				.۸۷
				.۸۸
				.۸۹
				.۹۰
				.۴۱
				.۴۲
				.۴۳
				.۴۴
				.۴۵
				.۴۶
				.۴۷
				.۴۸
				.۴۹
				.۵۰
				.۱
				.۲
				.۳
				.۴
				.۵
				.۶
				.۷
				.۸
				.۹
				.۱۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
				.۱۱
				.۱۲
				.۱۳
				.۱۴
				.۱۵
				.۱۶
				.۱۷
				.۱۸
				.۱۹
				.۲۰
</td				

۳-۱

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

✓ ۳ ۲ ۱ .۱۱

مجموعه‌های $\{1, 2\}$ و $B = \{3, 4\}$ ، $A = \{5, 1\}$ هستند. سایر گزینه‌ها صحیح‌اند.

۴ ۳ ✓ ۱ .۱۲

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B' = \emptyset$$

۴ ۳ ✓ ۱ .۱۳

با توجه به این که $U = \mathbb{N}$ ، بنابراین؛ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ پس

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8\}$$

۴ ۳ ۲ ✓ .۱۴

از آن جایی که $A \cap B = \{2\}$ است، بنابراین داریم:

$$(A \cap B)' = U - (A \cap B) = \{1, 3, 4, 5\}$$

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۵

تمامی گزینه‌ها به جز گزینه‌ی ۳ عددی گویا هستند.

$$\sqrt{6/25} = 2/5 = \frac{5}{2} : \text{ گزینه‌ی ۱}$$

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{3} = (\sqrt{3}-1) - \sqrt{3} = -1 : \text{ گزینه‌ی ۲}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4/41}} = \frac{1}{2/1} = \frac{1}{21} : \text{ گزینه‌ی ۴}$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۱۶

مجموعه‌ی A حتماً شامل عدد ۲ است و قطعاً ۵ عضوی از این مجموعه نیست. راجع به عضویت اعداد ۱، ۳، ۴، ۶ و ۷ در A نظر قطعی نمی‌توان داد.

۴ ۳ ✓ ۱ .۱۷

	۱	-۱	
A	۲	۰	-۲

با توجه به شکل رو به رو،
 $A \cap B = \{-1, 0\}$ داریم؛

$$n(A \cap B) = 2$$

پس

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۸

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow$$

$$22 = 17 + n(B) - 6 \Rightarrow n(B) = 11$$

۴ ۳ ✓ ۱ .۱۹

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 19 + 24 - 9 = 34$$

$$n(A \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 40 - 34 = 6$$

۴ ✓ ۳ ۲ ۱ .۲۰

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B - A) = 12 + 7 = 19$$

روش اول:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(B) = 15$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 12 + 15 - 8 = 19$$

روش دوم:

✓ ۳ ۲ ۱ .۱

اگر از مجموعه‌ی اعداد حقیقی، اعداد گنگ را برداریم، اعداد گویا باقی می‌مانند. $\mathbb{N} - \mathbb{W} = \emptyset$ ، $\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \emptyset$ ، $\mathbb{Q} - \mathbb{R} = \emptyset$ سایر گزینه‌ها هستند.

۴ ۳ ✓ ۱ .۲

دو مجموعه‌ی $\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \emptyset$ و $\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \emptyset$ متناهی بوده و دو مجموعه‌ی $\mathbb{Q}' - \mathbb{W} = \mathbb{Q}'$ و $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$ نامتناهی هستند.

۴ ✓ ۲ ۱ .۳

با توجه به عبارت $D \subseteq A \subseteq C \subseteq E \subseteq F$ مجموعه‌ی D اعداد طبیعی، A اعداد حسابی، C اعداد صحیح، E اعداد گویا و F اعداد حقیقی هستند. ضمناً مجموعه‌ی B که در این عبارت حضور ندارد، مجموعه‌ی اعداد گنگ است. بنابراین با توجه به این که مجموعه‌ی اعداد گنگ و گویا اشتراک ندارند، $B \cap E = \emptyset$ بوده و متناهی است.

سایر گزینه‌ها: $C - D = \underbrace{\mathbb{Z}^+ \cup \{0\}}_{\dots, -3, -2, -1, 0}, C \cap E = \mathbb{Z}$ ، $F - B = \mathbb{Q}$.

۴ ۳ ۲ ✓ .۴

$B \subseteq A$ باشد، حتماً تعداد اعضای A بزرگ‌تر یا مساوی تعداد اعضای B است. بنابراین در صورت نامتناهی بودن B ، A نیز نامتناهی است. برای سایر گزینه‌ها می‌توان مثال نقض ارائه داد.

✓ ۳ ۲ ۱ .۵

گزینه‌های ۱ و ۲ نامتناهی هستند. تعداد اعضای مجموعه‌ی گزینه‌ی ۳ $\{1, 5, 7, 35\}$ زوج و تعداد اعضای مجموعه‌ی گزینه‌ی ۴ $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ فرد است.

✓ ۳ ۲ ۱ .۶

هر ۳ گزینه صحیح است. مجموعه‌ی اعداد طبیعی و صحیح در گزینه‌ی اول و مجموعه‌ی اعداد گویا و گنگ در گزینه‌ی دوم مثال‌هایی برای تأیید هستند.

✓ ۳ ۲ ۱ .۷

تعداد اعضای مجموعه‌ی تهی برابر صفر بوده و متناهی است.

✓ ۳ ۲ ۱ .۸

بازه‌ی $(1, 0)$ شامل اعداد حقیقی بین صفر و یک و نامتناهی است. سایر گزینه‌ها متناهی هستند. گزینه‌ی ۱ دارای 9×10^9 عضو است و گزینه‌ی ۲ یک عضو دارد و تنها عضو گزینه‌ی ۴، عدد ۲ است.

✓ ۳ ۲ ۱ .۹

از جایی که $A \cup (B - A) = A$ نامتناهی است، حتماً $A \cup (B - A) = A$ نیز نامتناهی است. سایر گزینه‌ها می‌توانند غلط باشند.

$$(A \cup (B - A)) = A \cup B$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۱۰

ممکن است اشتراک یک مجموعه‌ی متناهی با مجموعه‌ای نامتناهی دارای ۳ عضو باشد. در سایر گزینه‌ها، اگر اجتماع دو مجموعه متناهی باشد، حتماً هر دو متناهی هستند.



۲۱.

تعداد آن‌ها برابر $۳۲ = ۲^۵$ است.

✓ ۲ ۳ ۱ .۲۹

با کم کردن ۶ عضو از هریک از مجموعه‌های A و B عضو از اشتراک آن‌ها کم می‌شود. پس از هریک از مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ عضو کم می‌شود. یعنی از اجتماع دو مجموعه $۱۴ + ۵ = ۱۹$ عضو کم می‌شود. پس تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه‌ی جدید برابر $۲۶ - ۱۹ = ۷$ است.

۴ ۳ ۱ .۳۰

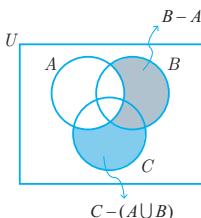
با توجه به این که $B \subseteq C$ و $A \subseteq B$ داریم:

$$(A \cup B) \cap C = B \cap C = B$$

بنابراین مجموعه‌ی $(A \cup B) \cap C$ نیز ۶ عضو دارد.

۴ ۳ ۱ .۳۱

با توجه به شکل رو به رو

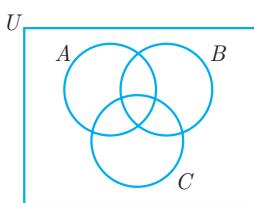


می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(C - (A \cup B)) + n(B - A) + n(A) \\ &= ۷ + ۸ + ۱۲ = ۲۷ \end{aligned}$$

۴ ۳ ۱ .۳۲

با توجه به شکل رو به رو



رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) \\ &- n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\ &= ۱۶ + ۱۳ + ۱۶ - ۵ - ۴ - ۶ + ۲ = ۳۲ \end{aligned}$$

۴ ۳ ۱ .۳۳

با توجه به معلومات مسئله می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} n(A - B) &= ۳ \Rightarrow n(A) - n(A \cap B) = ۳ \\ n(B - A) &= ۲ \Rightarrow n(B) - n(A \cap B) = ۲ \\ n(B - C) &= ۲ \Rightarrow n(B) - n(B \cap C) = ۲ \\ n(C - B) &= ۵ \Rightarrow n(C) - n(B \cap C) = ۵ \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(A) - n(B) = ۱ \quad (I)$$

$$\left. \begin{aligned} n(B - C) &= ۲ \Rightarrow n(B) - n(B \cap C) = ۲ \\ n(C - B) &= ۵ \Rightarrow n(C) - n(B \cap C) = ۵ \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(B) - n(C) = -۳ \quad (II)$$

با توجه به I و II داریم: $n(C) = n(A) + ۲$

ضمناً داریم:

$$\begin{aligned} n(C - A) &= n(C) - n(A \cap C) = ۲ + n(A) - n(A \cap C) \\ &= ۲ + n(A - C) \xrightarrow{n(C-A)=۴} n(A - C) = ۲ \end{aligned}$$

۴ ۳ ۱ .۳۴

اگر مجموعه‌ی اعضای تیم فوتبال را با F و اعضای تیم والیبال را با V نمایش

دهیم؛ مقدار خواسته شده تعداد اعضای $F \cup V$ است.

$$\begin{aligned} n(F \cup V) &= n(F) + n(V) - n(F \cap V) \\ &= ۱۷ + ۷ - ۶ = ۱۸ \end{aligned}$$

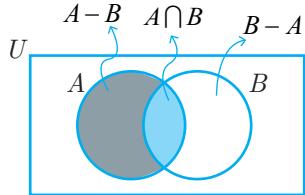
۲۲.

$$\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)}$$

$$= \frac{\frac{۳}{۴} \times n(A \cap B) + \frac{۳}{۴} \times n(A \cap B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = \frac{۳ + ۱ / ۵ - ۱}{۵} = \frac{۳}{۵}$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۲۲

با توجه به شکل رو به رو



می‌دانیم

$$\Rightarrow n(B - A) = ۱۲ - ۳ - ۵ = ۴$$

۴ ۳ ۲ ۱ .۲۳

از آن جایی که $A \cup B' = B'$ ، پس $A \subseteq B'$ و داریم $A \cap B = \emptyset$ و $n(B') = n(U) - n(B) = ۲۰ - ۱۲ = ۸$

۴ ۳ ۱ .۲۴

$$\begin{aligned} \frac{n(A) + n(B)}{n(A \cup B)} &= \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(A \cap B)}{n(A \cup B)} \\ &= \frac{n(A \cup B) + n(A \cap B)}{n(A \cup B)} = ۱ + \frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)} \end{aligned}$$

با توجه به این که بنابراین $A \cap B \subseteq A \cup B$ داریم: $n(A \cap B) \leq n(A \cup B)$

$$\leq \frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)} \leq ۱ \Rightarrow ۱ \leq ۱ + \frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)} \leq ۲$$

$$\Rightarrow ۱ \leq \frac{n(A) + n(B)}{n(A \cup B)} \leq ۲$$

۴ ۳ ۱ .۲۵

$$(A \cup B) - B = A - B$$

می‌دانیم

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = ۹ - ۴ = ۵$$

۴ ۳ ۱ .۲۶

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= n(U) - n(A') + n(U) - n(B') - n(A \cap B) \\ &= ۲n(U) - (n(A') + n(B')) - n(A \cap B) \\ &= ۲ \times ۱۰ - ۸ - ۳ = ۹ \end{aligned}$$

۴ ۳ ۱ .۲۷

با توجه به صورت سؤال، $n(A \cap B) = ۰$ ، یعنی $A \cap B = \emptyset$ هر ۳ گزینه‌ی ۱، ۲ و ۴ با عبارت $A \cap B = \emptyset$ معادل هستند.

۴ ۳ ۱ .۲۸

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= ۷ + ۹ - ۱۱ = ۵$$

تمامی زیرمجموعه‌های A که زیرمجموعه‌ی B نیز هستند - یعنی زیرمجموعه‌های مشترک A و B - زیرمجموعه‌ای از $A \cap B$ هستند که





تعداد اعضای مجموعه‌ای است که کمترین عضو را دارد:

$$\text{Max}(n(M \cap C)) = \text{Min}(n(M), n(C)) = n(C) = 17$$

4 3 ✓ 2 1 .۴۲

مجموعه‌ی جدید C را با $n(C)$ نمایش می‌دهیم؛

$$n(C \cup B) = n(C) + n(B) - n(C \cap B) =$$

$$n(A) - 16 + n(B) - (n(A \cap B) - 9) = 20 + 28 - 6 = 42$$

4 3 ✓ 2 1 .۴۳

مطالعه‌کنندگان مجلات الف، ب و ج را به ترتیب با A ، B و C نمایش

می‌دهیم، داریم:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C)$$

$$-n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 28 + 30 + 42 - 8 - 5 - 10 + 3 = 80$$

مجموعه‌ی افرادی که هیچ کدام از مجلات را مطالعه نمی‌کنند، متمم

مجموعه‌ی $A \cup B \cup C$ است، پس:

$$n(A' \cap B' \cap C') = n(U) - n(A \cup B \cup C) = 100 - 80 = 20$$

4 3 ✓ 2 1 .۴۴

بینندگان مسابقات فوتبال، والیبال و سکتball را به ترتیب با F و V و

نمایش می‌دهیم.

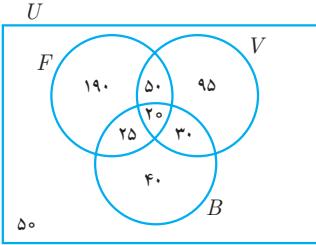
$$n(F \cup V \cup B) = n(F) + n(V) + n(B) - n(F \cap V)$$

$$-n(F \cap B) - n(B \cap V) + n(F \cap B \cap V) \Rightarrow$$

$$50 - 50 = 285 + 195 + 115 - 70 - 45 - 50 + n(F \cap B \cap V)$$

$$\Rightarrow n(F \cap B \cap V) = 450 - 430 = 20$$

بنابراین با تکمیل نمودار ون زیر مقدار خواسته شده برابر است با:

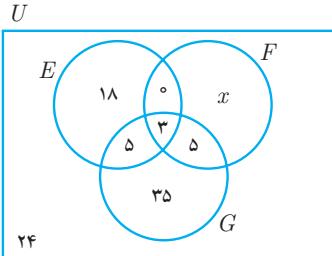


4 3 ✓ 2 1 .۴۵

هر کدام از زبان‌های انگلیسی، فرانسه و آلمانی را به ترتیب با E ، F و

G نمایش می‌دهیم. با توجه به اعداد داده شده، نمودار ون زیر را تکمیل

می‌کنیم.



4 3 ✓ 2 1 .۴۶

با توجه به این که مجموعه‌ی مرجع ۱۰۰ عضو دارد، مقدار x این چنین به

دست می‌آید: $24 + 18 + 5 + 3 + 0 + 5 + 25 + x = 100 \Rightarrow x = 10$

بنابراین تعداد علاقه‌مندان به یادگیری زبان فرانسه برابر است با:

$$10 + 3 + 5 = 18$$

4 3 ✓ 2 1 .۴۷

مجموعه‌ی دانش آموزان علاقه‌مند به کتب داستانی را با N و علاقه‌مندان

کتب تاریخی را با H نمایش می‌دهیم؛

$$n(H' \cap N') = \lambda \Rightarrow n((H \cup N)') = \lambda$$

$$\Rightarrow n(U) - n(H \cup N) = \lambda \Rightarrow n(H \cup N) = 22$$

$$n(H) + n(N) - n(H \cap N) = 22 \Rightarrow n(H \cap N) = 4$$

4 3 ✓ 2 1 .۴۸

عکاسی را با P و نقاشی را با D نمایش می‌دهیم.

$$n(U) = n(P \cup D) = n(P) + n(D) - n(P \cap D)$$

$$\Rightarrow 36 = 23 + 19 - n(P \cap D) \Rightarrow n(P \cap D) = 6$$

4 3 ✓ 2 1 .۴۹

مجموعه‌ی دانش آموزان قبول شده در درس ریاضی را با M و در درس

فیزیک را با P نمایش می‌دهیم؛ کسانی که فقط در درس ریاضی مردود

شدند، مجموعه‌ی $P-M$ و کسانی که فقط در درس فیزیک مردود شدند،

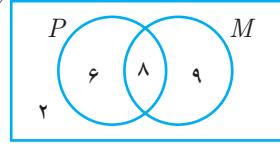
مجموعه‌ی $M-P$ را تشکیل می‌دهند، بنابراین:

$$n[(M - P) \cup (P - M)] = n(M - P) + n(P - M)$$

$$= n(M) - n(M \cap P) + n(P) - n(P \cap M)$$

$$= 17 - 8 + 14 - 8 = 15$$

ضمناً می‌توان از شکل زیر نیز کمک گرفت.



4 3 ✓ 2 1 .۵۰

مجموعه‌های جدید A و B را به ترتیب با C و D نمایش می‌دهیم:

$$n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D) =$$

$$n(A) + 7 + n(B) - 3 - n(A \cap B) - 3 =$$

$$n(A \cup B) + 1 = 25$$

مقدار خواسته شده $n(A - B)$ است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow$$

$$32 - 10 = 17 + 7 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 17 - 2 = 15$$

4 3 ✓ 2 1 .۵۱

اگر پذیرفته شدگان المپیاد ریاضی را با M و المپیاد رایانه را با C نمایش

دهیم؛ طبق فرمول اجتماع دو مجموعه، هرچه تعداد اعضای اشتراک دو

مجموعه کمتر باشد، تعداد اعضای اجتماع آن دو بیشتر است. از آن جایی

که بیشترین تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه‌ی C و M برابر تعداد

اعضای کلاس است، داریم:

$$n(M \cap C) = n(M) + n(C) - n(M \cup C)$$

$$\Rightarrow \text{Min}(n(M \cap C)) = 19 + 17 - 31 = 5$$

4 3 ✓ 2 1 .۵۲

تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه، همواره از تعداد اعضای آن دو مجموعه

کمتر یا مساوی است. پس حداکثر تعداد اعضای اشتراک دو مجموعه برابر

۱.۷۱

برای الگویابی، ابتدا مجموع چند جمله‌ی اول را محاسبه می‌کنیم:

$$a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 1 + 2 + 3 = 7$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 7 + 5 = 12$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 12 + 8 = 20$$

با این کار متوجه می‌شویم که مجموع جملات در هر مرحله، یکی کمتر از جمله‌ی دو تا بعد است، مثلاً:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_5 = a_7 - 1$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_6 = a_{12} - 1$$

پس:

۱.۷۲

الگویابی که جمله‌ی عمومی آن‌ها به صورت $(a, b \in \mathbb{R}) an + b$ باشد،

را الگوی خطی گویند. گزینه‌های ۱ تا ۳ الگوهای خطی هستند.

$$a_n = 4(n-2) = 4n - 8, \quad b_n = n(n-4) - n^2 = -4n$$

$$c_n = 0 \times n + 2$$

۱.۷۳

جمله‌ی عمومی دنباله را به کمک مربع کامل کردن، بازنویسی می‌کنیم.

$$a_n = -n^2 + 6n - 10 = -n^2 + 6n - 9 - 1$$

$$= -(n-3)^2 - 1$$

بنابراین بزرگ‌ترین جمله‌ی این دنباله $a_3 = -1$ است.

۱.۷۴

جملات این دنباله به عدد $\frac{3}{39} / 2$ نزدیک می‌شوند که همان عدد $\frac{2}{4}$ است.

دنباله‌ی تفاضل آن‌ها از این عدد ثابت برابر است با:

$$0 / 0, 0 / 001, 0 / 0001, \dots$$

بنابراین جمله‌ی عمومی این دنباله $b_n = 10^{-n-1}$ و در نتیجه

$$b_{10} = 10^{-11}$$

۱.۷۵

با توجه به این که در الگوی خطی، داریم $t_n = an + b$ پس:

$$t_7 = 38 \Rightarrow 7a + b = 38 \quad \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right. \Rightarrow 4a = 28$$

$$t_{11} = 66 \Rightarrow 11a + b = 66 \quad \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right. \Rightarrow 10a = 32$$

$$\Rightarrow a = 4, b = -11$$

بنابراین دنباله به صورت $t_n = 4n - 11$ بوده و داریم:

$$t_2 = 4 \times 2 - 11 = 3$$

۱.۷۶

$$a_1 = 9, d = 4 - 9 = -5$$

$$a_{24} = a_1 + 23d = 9 + 23(-5) = -106$$

۱.۷۷

$$a_6 = 3 \Rightarrow a_1 + 5d = 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right. \Rightarrow 5d = 2 \Rightarrow d = \frac{2}{5}$$

$$a_{14} = 15 \Rightarrow a_1 + 13d = 15 \quad \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right. \Rightarrow 13d = 14 \Rightarrow d = \frac{14}{13}$$

با توجه به این که در دنباله‌ی حسابی داریم



۱.۶۵

همان‌طور که مشخص است، در هر مرحله به تعداد سه برابر شماره‌ی مرحله به تعداد چوب کبریت‌ها اضافه می‌شود، پس تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله‌ی دهم برابر است با:

$$a_{10} = 3 \times 1 + 3 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + 3 \times 10 = 3 \times (1 + 2 + \dots + 10) \\ = 3 \times \frac{10 \times 11}{2} = 3 \times 55 = 165$$

ضمناً در هر مرحله تعداد مثلث‌های کوچک برابر مربع شماره‌ی آن مرحله است، پس تعداد مثلث‌های کوچک در مرحله‌ی دهم برابر است با:

$$b_{10} = 10^2 = 100$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

۱.۶۶

با توجه به قضیه‌ی فیثاغورس، طول وتر این مثلث برابر ۲ است. بنابراین طول AM_1 برابر نصف وتر یعنی برابر یک است. ضمناً در هر مرحله با شماره‌ی فرد نصف طول مرحله‌ی فرد قبلی به طول AM_n اضافه می‌شود.

یعنی طول AM_7 برابر است با:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{8 + 4 + 2 + 1}{8} = \frac{15}{8}$$

۱.۶۷

تعداد چوب کبریت‌ها در هر مرحله نسبت به مرحله‌ی قبلی، ۶ تا بیشتر است. پس با توجه به این که در مرحله‌ی اول ۱۰ چوب کبریت لازم است،

تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله‌ی n ام برابر است با:

$$a_n = 6n + 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} a_n \leq 500 \\ 6n + 4 \leq 500 \end{array} \right. \\ \Rightarrow 6n \leq 496 \Rightarrow n \leq \frac{82}{6}$$

بنابراین بزرگ‌ترین شکل در مرحله‌ی ۸۲ است. از آن جایی که تعداد مربع‌ها در مرحله‌ی k ام برابر عدد فرد $2k+1$ است، داریم:

$$b_k = 2k+1 \Rightarrow b_{82} = 2 \times 82+1 = 165$$

۱.۶۸

$$\left. \begin{array}{l} a_4 = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \\ a_7 = \frac{7 \times 8}{2} = 28 \end{array} \right\} \Rightarrow a_4 + a_7 = 38$$

۱.۶۹

با توجه به تعریف دنباله، باید تعداد شمارنده‌های اول عدد n برابر ۴ باشد.

برای آن که n کمترین باشد، کوچک‌ترین اعداد اول یعنی ۲، ۳، ۵ و ۷ را

$Min(n) = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$ می‌کنیم؛

۱.۷۰

با کمک گرفتن از مربع کامل سازی داریم:

$$a_n = n^2 - 12n + 7 = (n-6)^2 - 36 + 7 = (n-6)^2 - 29$$

با توجه به نامنفی بودن عبارت $(n-6)^2$ ، کوچک‌ترین جمله‌ی دنباله

است. $a_6 = -29$

$$\Rightarrow 4a_1 + (3+6+18+21)d = 36 \Rightarrow 4(a_1 + 12d) = 36$$

$$\Rightarrow a_1 + 12d = 9 \Rightarrow a_{13} = 9$$

روش دوم: می‌دانیم در دنباله‌ی حسابی هر جمله (به جز جمله‌ی اول) با میانگین جملات قبل و بعد خود برابر است؛ از آن جا که جمله‌ی سیزدهم، جمله‌ی وسط جملات ۴ و ۲۲ و همچنین جمله‌ی وسط جملات ۷ و ۱۹ است، پس:

$$(a_4 + a_{12}) + (a_{19} + a_7) = 36 \Rightarrow 2a_{13} + 2a_{13} = 36 \Rightarrow a_{13} = 9$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۶

$$a_p = q, \quad a_q = p \Rightarrow$$

$$a_p - a_q = q - p \Rightarrow (p - q)d = q - p \Rightarrow d = -1$$

$$a_{p+q} = a_p + q \times d = q + q(-1) = 0$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۷

از آن جایی که در دنباله‌ی حسابی می‌دانیم $a_m - a_n = (m - n)d$ پس $(3n + 1) - (2n - 1) = 7 \Rightarrow n = 5$ داریم:

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۸

صلع متوسط را a نام‌گذاری می‌کنیم، بنابراین طول ضلع کوچک‌تر و طول وتر برابر $a + d$ است؛ طبق رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$(a+d)^2 = a^2 + (a-d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 + 2ad = 2a^2 + d^2 - 2ad$$

$$\Rightarrow a^2 = 4ad \xrightarrow{a \neq 0} a = 4d$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{محیط}}{\text{صلع کوچک}} = \frac{(a+d) + a + (a-d)}{a-d} = \frac{3a}{a-d} = \frac{12d}{3d} = 4$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۹

$$a_7 = 26 \Rightarrow -10 + 19d = 26 \Rightarrow 19d = 133$$

$$\Rightarrow d = 7$$

$$a_n < 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d < 0 \Rightarrow -10 + 7n - 7 < 0$$

$$\Rightarrow 7n < 114 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \leq 16$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۹۰

اولین جمله‌ی مشترک این دو دنباله ۱۱ است، از آن جا که قدرنسبت دو دنباله ۳ و ۴ است، قدرنسبت دنباله‌ی جملات مشترک برابر $12/5$ (ک.م.م) و (۴) است، پس دنباله‌ی جملات مشترک $11, 23, 35, 47, 59, \dots$ است.

$$23 + 35 + 47 = 105$$

مجموع خواسته شده برابر است با:

۴ ۳ ۵ ۱ .۹۱

اگر جمله‌ی وسط را b نام‌گذاری کنیم، جمله‌ی اول برابر $b - d$ و جمله‌ی سوم برابر $b + d$ است.

$$(b-d) + (b) + (b+d) = 27 \Rightarrow 3b = 27 \Rightarrow b = 9$$

$$\Rightarrow (9-d) \times 9 \times (9+d) = 585 \Rightarrow 81 - d^2 = \frac{585}{9}$$

$$\Rightarrow d^2 = 81 - 65 \Rightarrow d^2 = 16 \Rightarrow d = \pm 4$$

پس: $a_{100} = a_{14} + 86d = 15 + 86 \times \frac{3}{2} = 144$

۴ ۳ ۵ ۱ .۷۸

$$d = 73 - 70 = 3$$

$$a_{25} = 70 \Rightarrow a_1 + 24d = 70 \xrightarrow{d=3} a_1 = -2$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۷۹

$$d = a^2 - 2a - (a^2 - 2a - 3) = 3$$

$$a_n = a^2 - 2a + 30 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 + (n-1) \times 3 = a^2 - 2a + 30$$

$$\Rightarrow 3n - 6 = 30 \Rightarrow n = 12$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۰

$$a_3 = 45 \Rightarrow -145 + 2d = 45$$

$$\Rightarrow d = 95 \Rightarrow a_1 = -145 + 3 \times 95 =$$

$$\xrightarrow{a_1 = 4y} 4y = 140 \Rightarrow y = 35$$

روش دوم: عدد x^2 -واسطه‌ی حسابی دو عدد ۱۴۵ و ۴۵ است، پس:

$$\frac{45 - 145}{2} = -x^2 \Rightarrow -x^2 = -50$$

ضمناً عدد ۴۵ واسطه‌ی حسابی دو عدد $-x^2$ و $4y$ است، پس:

$$\frac{-x^2 + 4y}{2} = 45 \Rightarrow -50 + 4y = 90 \Rightarrow 4y = 140 \Rightarrow y = 35$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۱

$$a_1 = \frac{13}{2} \Rightarrow 2 + 2d = \frac{13}{2} \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$a_{19} + a_{20} = 2 + 18 \times \frac{3}{2} + 2 + 19 \times \frac{3}{2} = 29 + 30 / 5 = 59 / 5$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۲

با توجه به این که جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی حتماً عبارتی درجه

یک است، پس باید ضریب n^3 در a_n برابر صفر باشد، پس:

$$a^3 - 1 = 0 \Rightarrow a^3 = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a_n = 2n - 1$$

بنابراین قدرنسبت این دنباله‌ی حسابی برابر ضریب جمله‌ی درجه اول یعنی ۲ است.

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۳

$$a_4 - a_1 = 2d \Rightarrow 2n + 2 - (n-1) = 2d \Rightarrow 2d = n + 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} a_4 - a_1 = 2d \\ a_7 - a_1 = 6d \end{array} \right.$$

$$a_7 - a_1 = 6d \Rightarrow 5n + 5 - (n-1) = 6d \Rightarrow 6d = 4n + 6 \quad \left\{ \begin{array}{l} a_4 - a_1 = 2d \\ a_7 - a_1 = 6d \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 4n + 6 = 3(n + 3) \Rightarrow n = 3$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۴

قدرنسبت دنباله‌ی حسابی a_n برابر $(-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{6}$ یعنی $\frac{1}{6}$ است، بنابراین

قدرنسبت دنباله‌ی جدید برابر است با:

$$a_\lambda - a_3 = 5d = 5 \times \frac{1}{6} = \frac{35}{6}$$

۴ ۳ ۵ ۱ .۸۵

$$a_4 + a_7 + a_{19} + a_{22} = 36$$

روش اول:



۴ ۳ ۲ ✓ .۹۲

$$\Rightarrow 2 \times 17 \times 10d = 680 \Rightarrow d = 2$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۹۸

روش اول:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 + a_{19} = 37 \Rightarrow 2a_1 + 28d = 37 \\ a_6 + a_{12} = 27 \Rightarrow a_1 + 5d + a_1 + 11d = 27 \\ \Rightarrow a_9 + a_{15} = a_1 + 8d + a_1 + 14d = \frac{27}{2} + \frac{37}{2} = 32 \end{array} \right\}$$

روش دوم: با توجه به این که a_9 جمله‌ی وسط a_6 و a_{12} است و a_{15} جمله‌ی وسط a_1 و a_{29} است، پس:

$$a_9 + a_{15} = \frac{a_6 + a_{12}}{2} + \frac{a_1 + a_{29}}{2} = \frac{37 + 27}{2} = 32$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۹۹

جمله‌ی دوم این دنباله را b می‌نامیم، پس ۳ جمله‌ی اول این دنباله $b - d$ و $b+d$ هستند و داریم:

$$b - d + b + b + d = 21 \Rightarrow 3b = 21 \Rightarrow b = 7$$

مجموع چهار جمله‌ی بعدی برابر ۱۴ است؛ پس:

$$\begin{aligned} a_4 + a_5 + a_6 + a_7 &= -14 \\ \Rightarrow b + 2d + b + 3d + b + 4d + b + 5d &= -14 \\ \Rightarrow 4b + 14d &= -14 \Rightarrow 14d = -14 - 4 \times 7 \\ \Rightarrow 14d &= -42 \Rightarrow d = -3 \end{aligned}$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۱۰

$$\begin{aligned} 3a_4 + 6a_5 - 9a_6 &= 9 \Rightarrow \\ 3(a_1 + 3d) + 6(a_1 + 5d) - 9(a_1 + 7d) &= 9 \Rightarrow \\ (9 + 36 - 27)d &= 9 \Rightarrow d = 1 \end{aligned}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\begin{aligned} 7a_{13} - 4a_8 - 3a_{11} &= 7(a_1 + 12d) - 4(a_1 + 7d) - 3(a_1 + 10d) \\ &= (84 - 28 - 30)d = 26 \times 1 = 26 \end{aligned}$$

✓ ۳ ۲ ✓ .۱۱

اگر جمله‌ی پنجم دنباله را a بnamیم، دنباله به صورت زیر است:
 $a - 4d$, $a - 3d$, $a - 2d$, $a - d$, $a + d$, $a + 2d$, $a + 3d$, $a + 4d$

بنابراین مجموع این ۹ جمله برابر $9a$ می‌شود؛ پس:
 $9a = 153 \Rightarrow a = 17$

✓ ۳ ✓ ۱ .۱۲

می‌دانیم در دنباله‌ی حسابی مجموع جملات متساوی الفاصله از جمله‌ی وسط برابر هم و دو برابر جمله‌ی وسط است، پس:

$$\begin{aligned} a_1 + a_{21} &= a_{10} + a_{12} = 2a_{11} \\ \Rightarrow a_{10} + a_{11} + a_{12} &= (a_{10} + a_{12}) + a_{11} = 86 + \frac{16}{2} = 129 \end{aligned}$$

روش اول: شماره‌ی جمله‌ی آخر در دسته‌ی n ام برابر مجموع $\frac{n(n+1)}{2}$ است. پس شماره‌ی جمله‌ی آخر

$$120 - 15 + \frac{15 \times 16}{2} = 120 - 15 + 120 = 225$$

یعنی ۱۰۶ است. از آن جایی که دنباله‌ی اعداد زوج $a_n = 2n$ است، پس جمله‌ی اول و آخر دسته‌ی پانزدهم به ترتیب 2×106 و $2 \times 120 = 240 - 212 = 28$ هستند که تفاضل آنها برابر است با:

روش دوم: جملات موجود در دسته‌ی پانزدهم، یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۲ هستند که تعداد آنها ۱۵ تا است. اگر جمله‌ی اول را a و $b = a + 14 \times 2 \Rightarrow b - a = 28$ بnamیم داریم: جمله‌ی آخر را b بnamیم داریم:

✓ ۳ ۲ ۱ .۹۳

اگر ضلع متوسط را a بnamیم دو ضلع دیگر برابر $a + d$ و $a - d$ هستند. با توجه به قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$(a+d)^2 = a^2 + (a-d)^2 \Rightarrow a^2 = 4ad \Rightarrow a = 4d$$

از آن جایی که مساحت این مثلث برابر ۵۴ است، پس:

$$\frac{(a-d) \times a}{2} = 54 \Rightarrow 3d \times 4d = 108 \Rightarrow$$

$$12d^2 = 108 \Rightarrow d^2 = 9 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow a = 4 \times 3 = 12$$

بنابراین محیط این مثلث برابر است با:

$$a - d + a + a + d = 3a = 3 \times 12 = 36$$

✓ ۳ ✓ ۱ .۹۴

اولین عدد ۳ رقمی با این خاصیت، ۱۰۱ و آخرین عدد ۳ رقمی ۹۹۷ است.

بنابراین دنباله‌ی اعداد ۳ رقمی که در تقسیم بر ۷ باقیمانده‌ای برابر ۳ دارد، دنباله‌ی ۱۰۱, ۱۰۸, ۱۱۵, ..., ۹۹۷ است و داریم:

$$997 = 101 + (n-1) \times 7 \Rightarrow n = \frac{997-101}{7} + 1 = 129$$

✓ ۳ ✓ ۱ .۹۵

جمله‌ی اول این دنباله برابر $\frac{2}{3}$ و جمله‌ی بیستم آن برابر $\frac{116}{3}$ است، پس:

$$a_{13} = a_1 + 19d \Rightarrow \frac{116}{3} = \frac{2}{3} + 19d \Rightarrow d = \frac{38}{19} = 2$$

✓ ۳ ✓ ۱ .۹۶

فرض کنیم تعداد واسطه‌ها برابر n باشد، پس:

$$a_{n+2} = 25 + \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} - 15 + (n+1)d = 25 + \sqrt{2}$$

$$\frac{d=2}{\longrightarrow 2(n+1)=40} \Rightarrow n = 19$$

✓ ۳ ✓ ۱ .۹۷

$$a_{13}^2 - a_3^2 = 680 \Rightarrow (a_{13} + a_3)(a_{13} - a_3) = 680$$

با توجه به این که a_8 جمله‌ی وسط a_3 و a_{13} است (λ) پس داریم: $a_{13} - a_3 = 10d$ و $a_3 + a_{13} = 2a_8$ همچنین می‌دانیم $(a_{13} + a_3)(a_{13} - a_3) = 680 \Rightarrow 2a_8 \times 10d = 680$ یعنی:

۱۰۴

مجموع ۳ جمله‌ی اول برابر ۱۷ و مجموع ۳ جمله‌ی آخر برابر ۳۳ است، پس جمله‌ی دوم برابر $\frac{17}{3}$ و جمله‌ی یکی مانده به آخر برابر $\frac{33}{3}$ است. بنابراین

جمله‌ی وسط این دنباله، که جمله‌ی وسط جمله‌ی دوم و یکی مانده به آخر $\frac{17+33}{2} = \frac{50}{6}$ نیز هست برابر است با:

ضمناً از آن جا که مجموع کل جملات دنباله برابر ۲۵۰ است، پس جمله‌ی وسط این دنباله برابر $\frac{250}{n}$ است، پس: $n = 6 \times 5 = 30$

دقت کنید با توجه به این که تعداد جملات این دنباله زوج است، منظور از جمله‌ی وسط در راه حل ارائه شده، میانگین دو جمله‌ی وسط است.

۱۰۴

اگر مجموع n جمله‌ی اول این دنباله را با S_n نمایش دهیم، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} S_1 = a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{2}{3} \times 1^2 = \frac{2}{3} \\ S_2 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_1 + a_2 = \frac{2}{3} \times 2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$a_2 = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} = 2 \Rightarrow a_1 + d = 2$$

$$\Rightarrow d = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

۱۰۵

روش اول: $a_n + a_k = a_{n+k} \Rightarrow$

$$a_1 + (n-1)d + a_1 + (k-1)d = a_1 + (n+k-1)d$$

$$\Rightarrow 2a_1 + (n+k)d - 2d = a_1 + (n+k)d - d$$

$$\Rightarrow a_1 - d = 0 \Rightarrow a_1 = d \Rightarrow \frac{a_1}{d} = 1$$

روش دوم: می‌دانیم $a_{n+k} = a_n + kd$ بنابراین:

$$a_n + a_k = a_{n+k} \Rightarrow a_n + a_k = a_n + kd \Rightarrow a_k = kd$$

$$\Rightarrow a_1 + (k-1)d = kd \Rightarrow a_1 = d \Rightarrow \frac{a_1}{d} = 1$$

۱۰۶

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} = \frac{d}{a_1 a_2} \\ \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} = \frac{a_3 - a_2}{a_2 a_3} = \frac{d}{a_2 a_3} \\ \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} = \frac{a_4 - a_3}{a_3 a_4} = \frac{d}{a_3 a_4} \\ \vdots \\ \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n-1} a_n} = \frac{d}{a_{n-1} a_n} \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} = \frac{d}{a_1 a_2} + \frac{d}{a_2 a_3} + \frac{d}{a_3 a_4} + \dots + \frac{d}{a_{n-1} a_n}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n} \right)$$

$$= \frac{1}{d} \frac{a_n - a_1}{a_1 a_n} = \frac{1}{d} \times \frac{(n-1)d}{a_1 a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_n}$$

۱۰۷

جملات این دنباله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:
 $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$

از آن جا که مجموع این جملات برابر ۱۰۰ است، پس:
 $a = \frac{100}{5} = 20$
 ضمناً با توجه به صورت مسئله داریم:

$$\frac{1}{3}(a + a + d + a + 2d) = a - 2d + a - d$$

$$\Rightarrow \frac{3a + 3d}{3} = 2a - 3d \Rightarrow 20 + d = 40 - 3d$$

$$\Rightarrow 4d = 20 \Rightarrow d = 5$$

بنابراین تعداد نان‌ها برابر $20, 25, 30, 15, 20, 10, 15, 20$ و نسبت خواسته شده برابر $\frac{3}{10}$ است.

۱۰۸

با توجه به معادلات داده شده، x_2 وسطه‌ی حسابی دو عدد x_1 و x_3 ، x_4 وسطه‌ی حسابی دو عدد x_2 و x_5 ، ... و x_9 وسطه‌ی حسابی دو عدد x_8 و x_{10} تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند و داریم:

$$x_1 + x_9 = 2x_5 \Rightarrow x_5 = \frac{22}{2} = 11$$

۱۰۹

شماره‌ی جمله‌ی آخر در دسته‌ی ۲۰ ام برابر مجموع $1 + 2 + \dots + 20$ یعنی $\frac{20 \times 21}{2} = 210$ است. از آن جا که جمله‌ی عمومی دنباله‌ی اعداد طبیعی فرد به صورت $a_n = 2n - 1$ است، پس جمله‌ی آخر دسته‌ی بیستم برابر $a_{21} = 2 \times 21 - 1 = 419$ است با:

۱۱۰

اوین عدد مشترک در این دو دنباله عدد ۱۷ است. ضمناً قدرنسبت دنباله‌ی جمله‌های مشترک برابر ک.م.م. قدرنسبت‌ها $[5, 3]$ یعنی ۱۵ است، پس

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی جملات مشترک به صورت زیر است:

$$a_n = 17 + (n-1) \times 15 \Rightarrow a_n = 15n + 2$$

شماره‌ی جملات ۳ رقمی از حل نامعادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$100 \leq a_n < 1000 \Rightarrow 100 \leq 15n + 2 < 1000$$

$$\Rightarrow 98 \leq 15n < 998 \Rightarrow 7 \leq n \leq 66$$

تعداد این جملات برابر $66 - 7 + 1 = 60$ است.

۱۱۱

$$a_5 = \frac{1}{27} \Rightarrow a_1 q^4 = \frac{1}{27} \Rightarrow a_1 \left(\frac{-1}{3}\right)^4 = \frac{1}{27}$$

روش اول:





$$\left. \begin{array}{l} a_1 a_{11} = 6 \Rightarrow a_1 q^{10} = 6 \\ a_4 = 4 \Rightarrow a_1 q^3 = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a_1 q^{10}}{a_1 q^3} = \frac{6}{4} \Rightarrow q_1 q^7 = 15$$

بنابراین داریم:

۴ ۳ ۲ ✓ .۱۱۹

اضلاع مثلث را a و aq می‌نامیم. با توجه به این که $q > 1$ طول وتر برابر aq^2 است و طبق رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$(aq^2)^2 = (aq)^2 + a^2 \Rightarrow a^2 q^4 = a^2 q^2 + a^2$$

$$\Rightarrow q^4 = q^2 + 1 \Rightarrow q^4 - q^2 = 1$$

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۲۰

$$\frac{a_4}{a_1} = 81 \Rightarrow \frac{a_1 q^3}{a_1} = 81 \Rightarrow q^3 = 81 \Rightarrow q = \pm 3$$

$$a_1 \times a_4 = 81 \Rightarrow a_1 q \times a_1 q^3 = 81 \Rightarrow a_1^2 q^4 = 81$$

$$\xrightarrow{q^4 = 81} a_1^2 \times 81 = 81 \Rightarrow a_1^2 = 1 \Rightarrow a_1 = \pm 1$$

با توجه به این که برای جمله‌ی اول و قدرنسبت، هر کدام دو جواب به دست آمد، چهار دنباله‌ی هندسی با این ویژگی‌ها موجود است:

$$a_1 = 1, q = 3 / a_1 = -1, q = 3 / a_1 = 1, q = -3 / a_1 = -1, q = -3$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۱۲۱

$$q = \frac{a_4}{a_1} = \frac{\frac{3^3}{2^2}}{\frac{9}{2^2}} = \frac{3^3}{2^2}$$

$$a_n = 27 \Rightarrow a_1 q^{n-1} = 27 \Rightarrow \frac{27}{2^2} (\frac{3}{2})^{n-1} = 27$$

$$\Rightarrow (\frac{3}{2})^{n-1} = (\frac{3}{2})^6 \Rightarrow n-1 = 6 \Rightarrow n = 9$$

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۲۲

$$a_r = a \Rightarrow a_1 r^r = a \Rightarrow a_1 = \frac{a}{r^r}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} = \frac{a}{r^r} \times r^{n-1} = ar^{n-r}$$

۴ ۳ ۲ ✓ .۱۲۳

$$a_r a_{12} = a_1 a_n \Rightarrow a_1 q^r \times a_1 q^{11} = a_1 q^r \times a_1 q^{n-1}$$

$$\Rightarrow a_1 q^{13} = a_1 q^{n+5} \Rightarrow q^{13} = q^{n+5} \Rightarrow$$

$$n+5 = 13 \Rightarrow n = 8$$

۴ ۳ ۲ ✓ .۱۲۴

در دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی a_n و a_1 داریم:

$|k| \neq 0, 1$ و $a_1 \neq 0$ و $a_1 \neq 1$ و $a_1 \neq -1$

$p + q = r + s \Leftrightarrow a_p a_q = a_r a_s$ داریم:

۴ ۳ ۲ ✓ .۱۲۵

$$(2y - 3x + 1)(2y + 3x - 1) = (-2y)^2 \Rightarrow$$

$$(2y)^2 - (3x - 1)^2 = (-2y)^2 \Rightarrow 4y^2 - (3x - 1)^2 = 4y^2$$

$$\Rightarrow (3x - 1)^2 = 0 \Rightarrow 3x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{27} = 3 \Rightarrow a_1 q = 3 \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

$$a_5 = a_1 q^4 \Rightarrow \frac{1}{27} = a_1 \left(-\frac{1}{3}\right)^4 \Rightarrow a_1 = -1$$

روش دوم: ۴ ۳ ۲ ✓ .۱۱۲

جمله‌ی اول برابر $\frac{1}{3}$ و قدرنسبت برابر $\frac{-1}{\frac{1}{3}} = \frac{-1}{2}$ است، پس:

$$a_{17} = a_1 q^{16} = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2}\right)^{16}$$

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۱۳

با محاسبه‌ی a_1 و a_5 قدرنسبت را پیدا می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \frac{-2}{3 \times 4^2} \\ a_5 = \frac{-2}{3 \times 4^3} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a_1}{a_5} = \frac{1}{4} \Rightarrow q = \frac{1}{4}$$

۴ ۳ ۲ ✓ .۱۱۴

$$a_{31} = 8a_{34} \Rightarrow a_{31} = 8 \times a_{31} \times q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

۴ ✓ ۳ ۲ ۱ .۱۱۵

$$2a_n + 3a_{n-1} = 0 \Rightarrow a_n = \frac{-3}{2} a_{n-1}$$

یعنی هر جمله، $\frac{-3}{2}$ برابر جمله‌ی قبل است، پس قدرنسبت این دنباله‌ی

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow a_n = -\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} \text{ است.}$$

۴ ✓ ۳ ۲ ۱ .۱۱۶

در دنباله‌ی هندسی a_n داریم:

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow a_1 = a_1 q^3 \Rightarrow 27 = -1 \times q^3$$

$$\Rightarrow q^3 = -27 \Rightarrow q = -3$$

$$\Rightarrow x = (-1) \times (-3) = 3, y = x \times (-3) = -9$$

$$\Rightarrow x + y = 3 - 9 = -6$$

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۱۷

اگر a, b, c و b, a, c ، ۳ جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی هندسی باشند، می‌دانیم $ac = b^2$ ، پس:

$$(x - 3)(3x + 3) = (x + 1)^2 \Rightarrow (x - 3)^2 (x + 1) = (x + 1)^2$$

اگر $x = -1$ باشد، دنباله هندسی نیست، پس با فرض $x \neq -1$ داریم:

$$(x - 3) \times 3 = x + 1 \Rightarrow 3x - 9 = x + 1 \Rightarrow x = 5$$

بنابراین دنباله به صورت $2, 6, 18, \dots$ است و داریم:

$$a_5 = a_1 q^4 = 2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$$

۴ ۳ ۲ ✓ .۱۱۸

$$(9^y)^2 = 3^x \times 81^z \Rightarrow (3^2y)^2 = 3^x \times 3^4z$$

$$\Rightarrow 3^{4y} = 3^{x+4z} \Rightarrow 4y = x + 4z \Rightarrow x = 4(y - z)$$



$$\Rightarrow b^2 = 6b \xrightarrow{b \neq 0} b = 6 \Rightarrow a = 12 \Rightarrow a + b = 18$$

۴ ۳ ✓ ۱ .۱۳۲

اگر دنباله‌ی حسابی را a_n بنامیم، داریم:

$$\begin{aligned} a_1 \times a_{11} &= a_5^2 \Rightarrow (a_1 + d)(a_1 + 10d) = (a_1 + 4d)^2 \\ \Rightarrow a_1^2 + 11a_1d + 10d^2 &= a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 \Rightarrow \\ 3a_1d &= 6d^2 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = 2d \end{aligned}$$

بنابراین برای یافتن قدرنسبت دنباله‌ی هندسی می‌توان نوشت:

$$q = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 + 4d}{a_1 + d} = \frac{2d + 4d}{2d + d} = \frac{6d}{3d} = 2$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۱۳۳

$$\begin{aligned} \text{با توجه به این که } c &= a + 2d \quad b = a + d \quad \text{و} \quad \text{با توجه به این که} \\ &\text{واسطه‌ی هندسی دو عدد } b - d \quad \text{و} \quad a - d \quad \text{است، داریم:} \\ (b - d)^2 &= (a - d)(c - d) \Rightarrow (a + d - d)^2 = (a - d)(a + d) \\ \Rightarrow a^2 &= a^2 - d^2 \Rightarrow d^2 = 0 \Rightarrow d = 0. \end{aligned}$$

بنابراین اعداد a , b و c با هم برابر هستند و دنباله ثابت است.

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۳۴

اگر جمله‌ی دوم دنباله‌ی حسابی را b بنامیم جملات دنباله‌ی حسابی به صورت $b + d$, b , $b - d$, $b - 2d$ و $b + 3d$ هستند، پس:

$$\begin{aligned} (b - d + a)(b + d + 3a) &= (b + 2a)^2 \Rightarrow \\ b^2 + bd + 3ab - bd - d^2 - 3ad + ab + ad + 3a^2 &= b^2 + 4a^2 + 4ab \\ \Rightarrow -d^2 - 2ad &= a^2 \Rightarrow (a + d)^2 = 0 \Rightarrow a = -d \Rightarrow \frac{a}{d} = -1 \end{aligned}$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۱۳۵

اگر دنباله‌ی هندسی را با a_n نمایش دهیم، جملات a_2 , a_5 و a_8 ، سه جمله‌ی متولی از دنباله‌ی حسابی هستند. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \frac{a_2 + a_8}{2} &= 2a_5 \Rightarrow a_1q + a_1q^7 = 4a_1q^4 \\ \Rightarrow a_1q(1 + q^6) &= 4a_1q^4 \Rightarrow 1 + q^6 = 4q^3 \\ \Rightarrow q^6 - 4q^3 + 1 &= 0 \Rightarrow (q^3 - 2)^2 = 3 \\ \Rightarrow q^3 - 2 &= \pm\sqrt{3} \Rightarrow q^3 = 2 \pm \sqrt{3} \Rightarrow q = \sqrt[3]{2 \pm \sqrt{3}} \end{aligned}$$

اگر $q = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$ باشد، با توجه به این که $q > 1$ ، نسبت خواسته شده

$$\frac{a_8}{a_2} = \frac{a_1q^7}{a_1q} = q^6 = (2 + \sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3} \quad \text{برابر است با:}$$

همچنین اگر $q = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$ باشد، با توجه به این که $0 < q < 1$ ، نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{a_2}{a_8} = \frac{1}{q^6} = \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^2} = \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} \times \frac{7 + 4\sqrt{3}}{7 + 4\sqrt{3}} = 7 + 4\sqrt{3}$$

بنابراین جملات دنباله‌ی هندسی به صورت $2y$, $2y - 2y$ و $2y$ درمی‌آیند که

قدر نسبت آن‌ها برابر ۱ است.

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۳۶

حاصل ضرب n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی برابر است با:

$$\begin{aligned} a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n &= a_1 \times a_1q \times a_1q^2 \times \dots \times a_1q^{n-1} \\ &= a_1^n q^{1+2+3+\dots+n-1} = a_1^n \times q^{\frac{(n-1)n}{2}} \end{aligned}$$

بنابراین در دنباله‌ای با $a_1 = 2$ و $q = 2$ ، حاصل ضرب 30 جمله‌ی ابتدای

$$\frac{29 \times 30}{2 \times 2} = 2^{30+29 \times 15} = 2^{465} \quad \text{برابر است با:}$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۱۳۷

در دنباله‌ی هندسی، حاصل ضرب جملات متساوی الفاصله از جمله‌ی وسط

برابر هم و برابر مربع جمله‌ی وسط است، پس:

$$\begin{aligned} a_1 a_2 \dots a_n \dots a_{11} &= (a_1 a_{11})(a_4 a_{10}) \dots \times a_6 \\ &= a_6^2 \times a_6^2 \times a_6^2 \times a_6^2 \times a_6^2 \times a_6 = a_6^{11} = 5^{11} \end{aligned}$$

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۳۸

تمام جملات این دنباله طبیعی هستند، پس جمله‌ی اول نیز طبیعی است.

از آن جا که این دنباله به تعداد نامتناهی عضو دارد، قدر نسبت این دنباله

نیز طبیعی است و داریم:

$$a_5 - 2a_3 = 8 \Rightarrow a_1q^4 - 2a_1q^2 = 8 \Rightarrow a_1q^2(q^2 - 2) = 8$$

با توجه به طبیعی بودن a_1 و q تنها جواب‌های قبل قبول برای معادله‌ی

$$2a_1 + a_3 = 2 + 4 = 6 \quad \text{باشد:}$$

✓ ۳ ۲ ۱ .۱۳۹

تنها دنباله‌ای که می‌تواند هم حسابی و هم هندسی باشد، دنباله‌ی ثابت

است، پس:

$$y - 2x = 1 - 3x + y \Rightarrow x = 1$$

$$1 - 3x + y = x + 2y \xrightarrow{x=1} y = -3$$

بنابراین دنباله به صورت ... $-5, -5, -5, \dots$ درمی‌آید و واضح است که

مجموع ده جمله‌ی اول آن برابر -50 است.

۴ ✓ ۲ ۱ .۱۴۰

روش اول:

$$\frac{2a + 3b}{2} = \sqrt{2a \times 3b} \Rightarrow (2a + 3b)^2 = 4 \times 6ab$$

$$4a^2 + 9b^2 + 12ab = 24ab \Rightarrow 4a^2 + 9b^2 - 12ab = 0.$$

$$(2a - 3b)^2 = 0 \Rightarrow 2a - 3b = 0 \Rightarrow 2a = 3b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

روش دوم: تنها در صورتی واسطه‌ی حسابی دو عدد با واسطه‌ی هندسی

آن‌ها برابر است که آن دو عدد برابر باشند، پس:

$$2a = 3b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

۴ ۳ ۲ ✓ .۱۴۱

$$\frac{3+a-1}{2} = b+1 \Rightarrow 2+a = 2b+2 \Rightarrow a = 2b \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

$$3 \times a = b^2 \Rightarrow b^2 = 3a \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

$$a_5 = \frac{a_1 + a_4}{2} \Rightarrow 2a_1 q^4 = a_1 + a_4 q^5 \Rightarrow$$

$$2q^4 = 1 + q^5 \Rightarrow q^5 - 2q^4 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (q^4 - 1)(q^5 - q^4 + 1) = 0 \Rightarrow q^4 = 1 \text{ یا } q^5 = q^4 - 1$$

$$\Rightarrow q^4 + 1 = 2 \text{ یا } q^5 + 1 = q^4$$

۱۴۲ ✓ ۳ ۲ ۱

در دنباله هندسی، می بایست ضرب جمله اول و سوم، برابر مربع جمله دوم باشد:

$$x_1 x_3 = (x_1)^2 (x_1 q^2)^2 = (x_1^2 q^2)^2 = (x_2^2)^2 \text{ گزینه ۱}$$

$$x_1 \times x_3 q^2 = x_1 x_1 q^2 \times q^2 = (x_1 q^2)^2 = (x_2 q)^2 \text{ گزینه ۲}$$

$$(x_1 + 1)(x_2 + q^2) = (x_1 + 1)(x_1 q^2 + q^2) \text{ گزینه ۳}$$

$$= (x_1 + 1)^2 q^2 = (x_1 q + q)^2 = (x_2 + q)^2$$

این رابطه همواره برای گزینه چهار نمی تواند درست باشد.

۱۴۳ ✓ ۳ ۲ ۱

برای آن که یک دنباله هندسی باشد، می بایست حاصل تقسیم هر دو جمله ای متولی آن ثابت باشد:

$$\frac{k - a_{n+1}}{k - a_n} = q \Rightarrow \frac{k - 1 - \frac{2}{3}a_n}{k - a_n} = q \Rightarrow k - 1 - \frac{2}{3}a_n = qk - qa_n$$

برای آن که تساوی فوق به ازای همه مقایر a_n برقرار باشد می بایست

داده شده باشیم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-2}{3} = -q &\Rightarrow q = \frac{2}{3} \\ k - 1 = qk & \end{aligned} \right\} \Rightarrow k - 1 = \frac{2}{3}k \Rightarrow k = 3$$

توجه: جمله ای عمومی دنباله a_n به صورت زیر است:

$$a_n = 3 - 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

۱۴۴ ✓ ۳ ۲ ۱

$$2^b \times 2^a = (4\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2^{a+b} = 32$$

$$\Rightarrow a + b = 5 \Rightarrow \frac{a + b}{2} = 2 / 5$$

۱۴۵ ✓ ۳ ۲ ۱

اگر جمله ای عمومی دنباله حسابی را a_n بنامیم، داریم:

$$a_1 \times a_{12} = a_5 \Rightarrow (a_1 + d)(a_1 + 11d) = (a_1 + 4d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 12a_1 d + 11d^2 = a_1^2 + 8a_1 d + 16d^2$$

$$\Rightarrow 4a_1 d = 5d^2 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{4}d$$

قدرنسبت دنباله هندسی، حاصل تقسیم دو جمله ای متولی آن است:

$$q = \frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 + 4d}{a_1 + d} = \frac{\frac{5}{4}d + 4d}{\frac{5}{4}d + d} = \frac{\frac{5}{4} + 4}{\frac{5}{4} + 1} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

۱۴۶ ✓ ۳ ۲ ۱

اگر b واسطه هندسی دو عدد a و c باشد، داریم $b = \pm \sqrt{ac}$ ، پس:

$$\pm \sqrt{(\sqrt{1+a^4} + a\sqrt{2})(\sqrt{1+a^4} - a\sqrt{2})} = \pm \sqrt{1+a^4 - 2a^2} \\ = \pm \sqrt{(a^2 - 1)^2} = \pm (a^2 - 1)$$

توجه کنید که با وجود علامت \pm لزومی به گذاشتن علامت قدر مطلق برای $a^2 - 1$ نیست.

۱۴۷ ✓ ۳ ۲ ۱

روش اول: اگر جمله ای وسط را a بنامیم، جمله ای اول $\frac{a}{q^2}$ و جمله ای آخر

aq^2 است، پس:

$$a^2 = \frac{a}{q^2} \times aq^2 \Rightarrow a^2 = \frac{\lambda}{3} \times \frac{27}{2} \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

(جمله ای اول و سوم هم علامت اند و $a = -6$ قابل قبول نیست)

روش دوم: در دنباله هندسی، هر جمله، واسطه هندسی دو جمله ای متساوی الفاصله از آن است، پس:

$$a = \sqrt{\frac{\lambda}{3} \times \frac{27}{2}} = \sqrt{36} = 6$$

۱۴۸ ✓ ۳ ۲ ۱

$$2a_1 \times 8a_5 = (ka_5)^2 \Rightarrow$$

$$16a_1 q^9 \times a_1 q^{19} = k^2 a_1^2 q^{28} \Rightarrow 16 = k^2 \Rightarrow k = \pm 4$$

۱۴۹ ✓ ۳ ۲ ۱

اگر دنباله محيطها را با P_n و دنباله مساحتها را با S_n و دنباله اصلاح را با a_n نمایش دهیم، داریم:

$$S_n = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a_n^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{P_n}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{36} P_n^2$$

برای یافتن قدرنسبت دنباله هندسی دو جمله ای متولی آن را بر هم

$$\frac{S_n}{S_{n-1}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{36} P_n^2}{\frac{\sqrt{3}}{36} P_{n-1}^2} = \left(\frac{P_n}{P_{n-1}}\right)^2 = 16 \Rightarrow \frac{P_n}{P_{n-1}} = 4 \text{ می کنیم:}$$

۱۵۰ ✓ ۳ ۲ ۱

$$a_1 = S_1 = 2^\circ - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_1 + a_2 = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1 q = \frac{3}{2} \Rightarrow a_1(1 + q) = \frac{3}{2} \xrightarrow{a_1 = \frac{1}{2}} 1 + q = 3$$

$$\Rightarrow q = 2$$

۱۵۱ ✓ ۳ ۲ ۱

اگر دنباله هندسی را a_n بنامیم، داریم:

آزمون‌های جامع فصل اول

۴-۱

آزمون اول ۱۵ تست

۱. اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه کدام گزینه ممکن است نادرست باشد؟

$A \cap B = A$ (۴)

$B - A = \emptyset$ (۳)

$A \cup B = B$ (۲)

$B' \subseteq A'$ (۱)

۲. کدام گزینه غلط است؟

(۱) دو مجموعه‌ی نامتناهی وجود دارد که اشتراک آن‌ها تهی باشد.

(۲) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ی متناهی باشد آن‌گاه A مجموعه‌ی متناهی خواهد بود.

(۳) اگر $A \subseteq B'$ و B مجموعه‌ی نامتناهی باشد آن‌گاه A مجموعه‌ی متناهی خواهد بود.

(۴) اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه‌ی نامتناهی باشد آن‌گاه B مجموعه‌ی نامتناهی خواهد بود.

۳. اگر $n(A - B) = ۵$ و $n(A \cup B) = ۹$ باشد، مقدار $n(B - A)$ برابر است با:

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴. کدام گزینه غلط است؟

$\{-1, 1\} \subseteq [-3, 3]$ (۴)

$3 \in \{-5, 5\}$ (۳)

$1 \in (-2, 2)$ (۲)

$\emptyset \subseteq (1, 5)$ (۱)

۵. چند عدد طبیعی وجود دارد که در مجموعه‌ی $[2 + \sqrt{2}, +\infty) - (5, 9)$ قرار ندارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۶. اگر عدد 3 ، عضو بازه‌ی $(2 - a, 2 + a)$ باشد، آنگاه کدام گزینه حتماً صحیح است؟

$a > 1$ (۴)

$a > 2$ (۳)

$a < 1$ (۲)

$a < 2$ (۱)

۷. تعداد اعضای مجموعه‌های A ، B و $A \cap B$ به ترتیب برابر 10 ، 13 و 5 است. چند عضو فقط در یکی از دو مجموعه قرار دارد؟

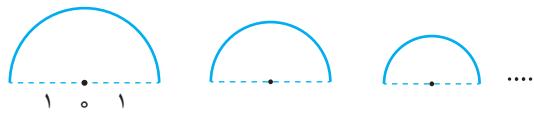
۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۸. در الگوی زیر از چپ به راست از قطر نیم دایره 0.2% کم می‌شود در شکل ششم محیط نیم دایره چقدر است؟



$(\frac{4}{5})^5 \pi$ (۲)

$(\frac{4}{5})^6 \pi$ (۱)

$(\frac{1}{5})^5 \pi$ (۴)

$(\frac{1}{5})^6 \pi$ (۳)

۹. اگر اعداد $x+1$ ، x^2-x+1 ، x^3-x^2+x و $x+1$ ، سه جمله‌ی متولی یک دنباله‌ی هندسی باشند، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰. اگر $b, 2, a, \dots$ جملات اولیه‌ی یک دنباله‌ی حسابی و $\dots, 1, a+1, a+1, a+1, a+1, b$ جملات اولیه‌ی یک دنباله‌ی هندسی باشد، آنگاه مقدار ab برابر است با:

۸ (۴)

-۸ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)

۱۱. در یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت 2 ، جمله ششم 24 واحد از جمله چهارم بیشتر است، مقدار جمله دوم این دنباله چقدر است؟

۱ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۲. تعداد اعداد سه رقمی فرد مضرب 3 کدام است؟

۱۵۱ (۴)

۱۴۸ (۳)

۱۴۹ (۲)

۱۵۰ (۱)

۱۳. در دنباله حسابی $\dots, x-6, x-4, x-1, 2x, x-2x, \dots$ ، چندمین جمله‌ی دنباله برابر 129 است؟

۱۳ (۴) امین

۱۹ (۳) امین

۱۱ (۲) امین

۷ (۱) امین

۱۴. کدام یک از روابط زیر بیان‌گر جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی است؟

$a_n = 2 - \frac{1}{n}$ (۴)

$a_n = 3n^2 - n + 1$ (۳)

$a_n = (n+1)^2 - (n-1)^2$ (۲)

$a_n = 2n^2 + 1$ (۱)

۱۵. اعداد طبیعی را به صورت $\dots, (1), (2, 3), (4, 5, 6)$ دسته‌بندی می‌کنیم. جمله‌ی آخر در دسته‌ی هفدهم کدام است؟

۱۵۵ (۴)

۱۵۴ (۳)

۱۵۳ (۲)

۱۵۲ (۱)

۲۴

۲۵



آزمون دوم ۱۵ قسمت

۱. اگر $B = \{k \mid \frac{k}{\ell} \in N\}$ و $A = \{k \mid \frac{k}{\ell} \in N\}$ باشد، آنگاه $A \cap B' = \{k \mid \frac{k}{\ell} \in N\}$ چند عضو دو رقیق دارد؟
- ۲۲ (۴) ۲۳ (۳) ۲۴ (۲) ۲۵ (۱)
- $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ کدام است؟
- ۲ (۴) ۳ (۳) ۴ (۲) ۵ (۱)
۳. فرض کنید $B \subseteq M$ و $A \subseteq M$ باشد. اگر تعداد عضوهای M ، A و B به ترتیب ۲۵ ، ۲۵ و ۱۶ باشد آنگاه $B - A$ حداقل چند عضو دارد؟
- ۱۵ (۴) ۱۲ (۳) ۱۳ (۲) ۱۶ (۱)
۴. در یک کلاس ۲۵ نفره، ۱۲ نفر عضو تیم والیبال و ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال میباشند. اگر ۷ نفر عضو هیچ کدام از این دو تیم نباشند، چند نفر عضو هر دو تیم میباشند؟
- ۱۰ (۴) ۹ (۳) ۸ (۲) ۷ (۱)
۵. اگر a عضو وسط بازه‌ی $(۳a - ۴, ۲a + ۱)$ باشد، طول این بازه کدام است؟
- ۸ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)
۶. برای دو مجموعه‌ی متناهی A و B حاصل $n((A - B) \cup (B - A)) = n(A) + n(B) - ۲n(A \cap B)$ همواره برابر است با:
- $۲n(A \cap B)$ (۴) $n(A) + n(B) - ۲n(A \cap B)$ (۳) $n(A) + n(B) - (A \cap B)$ (۲) $n(A) + n(B)$ (۱)
۷. اگر دو مجموعه‌ی A و B به ترتیب ۸ و ۱۰ عضو و اشتراک آنها ۳ عضو داشته باشد، تعداد اعضای مجموعه‌ی $A' \cap B'$ کدام است؟ (مجموعه‌ی مرجع ۲۱ عضو دارد.)
- ۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)
۸. در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی $a_n = (a_{n+1})^2$ ، اگر $a_n - n$ چقدر است؟ ($\neq \pm 1$ قدرنسبت)
- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)
۹. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی هفتم ۵ برابر جمله‌ی سوم است. در این صورت جمله‌ی پنجم چند برابر جمله‌ی سوم است؟
- ۴ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)
۱۰. در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی $a_n = a_{۱۴} + a_{۱۶}$ و $a_{۱۴} = ۷۰$ ، مقدار $a_{۲۰}$ برابر است با:
- ۴۰ (۴) ۴۴ (۳) ۴۸ (۲) ۵۲ (۱)
۱۱. در یک دنباله‌ی حسابی قدر نسبت ۳ و جمله‌ی دهم برابر ۱۷ است. جمله‌ی بیست و یکم کدام است؟
- ۹۲ (۴) ۸۱ (۳) ۵۰ (۲) ۴۷ (۱)
۱۲. در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی ششم برابر ۱۵ و جمله‌ی دهم برابر ۲۷ است. جمله‌ی پانزدهم کدام است؟
- ۴۷ (۴) ۴۵ (۳) ۴۲ (۲) ۳۹ (۱)
۱۳. بین ۲ و ۱۶ پنج واسطه‌ی هندسی درج نموده‌ایم. واسطه‌ی دوم درج شده کدام است؟
- ۸ (۴) $4\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۲) ۲ $\sqrt{2}$ (۱)
۱۴. در یک دنباله‌ی حسابی مجموع سه جمله‌ی متواالی برابر ۳۰ و حاصل ضرب آنها برابر ۹۱۰ است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟
- ± 4 (۴) ± 3 (۳) ± 2 (۲) ± 1 (۱)
۱۵. در دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت $\frac{a_n + a_{n+1}}{a_{n+2} + a_{n+3}}$ و جمله‌ی عمومی a_n حاصل برابر خواهد بود با:
- $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{16}{9}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱)

آزمون سوم ۱۵ قسمت

۱. اگر $C = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x}{\lambda} \in A\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid ۲x \in A\}$ ، $A = [-۱۲, ۳۶]$ باشد، آنگاه حاصل $(A \cap C) \cup B$ کدام است؟
- $B \cup C$ (۴) C (۳) B (۲) A (۱)
۲. پدر بزرگی ۲۳ نوه دارد که ۱۵ نفر طرفدار تیم A ، ۱۳ نفر طرفدار تیم B و ۸ نفر طرفدار هر دو تیم هستند. پدر بزرگ چند تا نوه دارد که نه طرفدار تیم A هستند و نه طرفدار تیم B ؟
- ۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) ۰ (صفر)





۱۳. اگر $n(A) = 7$ و $n(B) = 15$ باشد، آنگاه $n((A \cup B) - (A \cap B)) = 15$ عضو کدام بازه است؟
- [۰, ۱۵] (۴) [۱۵, ۲۲] (۳) [۸, ۲۲] (۲) [۸, ۱۵] (۱)
۱۴. اگر A مجموعه ای اعداد طبیعی کوچکتر از 40 و $B = \{n \in \mathbb{N} \mid \sqrt{n} \in \mathbb{N}\}$ باشد، مجموع اعضای $A \cap B$ کدام است؟
- ۲۸۷۰ (۴) ۲۸۶۰ (۳) ۲۸۵۰ (۲) ۲۸۴۰ (۱)
۱۵. کدام یک از بازه های زیر فقط با دو بازه از بین بازه های $(1, 7)$ ، $(0, 5)$ و $(3, 6)$ اشتراک دارد؟
- (۲, ۴) (۴) $(-2, 1)$ (۳) $(-1, 2)$ (۲) $(4, 8)$ (۱)
۱۶. اگر A و B و C سه زیر مجموعه ای اعداد طبیعی باشند که A و B نامتناهی و C متناهی باشند، آنگاه کدام گزینه زیر همواره مجموعه ای نامتناهی است؟
- $(A - C') \cap B$ (۴) $(A \cup B) \cap C'$ (۳) $(A' \cap C') \cup B'$ (۲) $(A' \cap B') \cup C$ (۱)
۱۷. اگر $A_i = [\frac{1}{i}, 1 + \frac{1}{i}]$ باشد، حاصل $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_n$ برابر است با:
- A_1 (۴) $[\frac{1}{n}, 2]$ (۳) $[\frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}]$ (۲) A_n (۱)
۱۸. بازه $(a-1, 2a+1)$ شامل فقط ۲ عضو صحیح است. حداقل a کدام است؟
- $\frac{5}{2}$ (۲) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۱)
۱۹. در الگوی زیر مساحت سایه زده در شکل ششم چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟ (در هر مرحله وسط اضلاع به هم وصل می شوند).
-
- $(\frac{1}{2})^2$ (۱) $(\frac{1}{2})^1$ (۲) $(\frac{1}{2})^8$ (۳) $(\frac{1}{2})^6$ (۴)
۲۰. در دنباله $\dots, \frac{1}{999}, \frac{1}{99}, \frac{1}{99}, \dots$ اختلاف جمله i دهم از ۲ چقدر است؟
- 10^{-12} (۴) 10^{-11} (۳) 10^{-10} (۲) 10^{-9} (۱)
۲۱. اضلاع یک مثلث قائم الزاویه با طول وتر 15 ، تشکیل یک دنباله حسابی می دهند. مجموع دو ضلع قائمه این مثلث چقدر است؟
- ۱۸ (۳) ۲۱ (۳) ۲۴ (۲) ۲۷ (۱)
۲۲. در یک دنباله حسابی، جملات پنجم و نهم به ترتیب برابر مربع و مکعب جمله 2 هستند. قدر نسبت این دنباله کدام است؟
- $\frac{4}{27}$ (۴) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۱)
۲۳. جملات دوم، پنجم و هشتم از یک دنباله حسابی به ترتیب جملات متواالی یک دنباله هندسی اند. قدر نسبت دنباله هندسی برابر است با:
- ۰ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)
۲۴. در یک دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = 10^{a_5 + a_2 + a_6 + a_4 + a_8}$ برابر است. حاصل $a_5 = 10$ است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟
- ۴۰ (۴) ۳۵ (۳) ۴۴ (۲) ۳۰ (۱)
۲۵. در یک دنباله حسابی با جمله عمومی $t_n = t_{k-4} = 13$ و $t_k = 11$. قدر نسبت این دنباله کدام است؟
- ۲ (۴) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخنامه آزمون اول

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۲
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۳
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۴
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۵
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۶
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	.۷
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	.۸
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۹
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۰
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۱
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۲
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۳
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۴
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۵

پاسخنامه آزمون دوم

<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۲
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۳
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۴
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۵
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۶
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۷
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۸
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۹
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۰
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۱
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۲
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۳
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۴
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۵

پاسخنامه آزمون سوم

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۲
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۳
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۴
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۵
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۶
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۷
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۸
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۹
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۰
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۱
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۲
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۳
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۴
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	.۱۵



