



# صفر قاصد ریاضی و آمار انسانی

مؤلفان:

مصطفی دیداری

محمد رضا سیاح

محمد رضا امیری



انتشارات خورشخون

تقدیم بہ:  
«مادر نازینم»

مصطفی دیداری

«مادرم کہ وجودش قوت قلب است و بزرگ ترین ہدیہ الہی است.  
امید کہ قدر مادرانمان را بدانیم.»

محمد رضا سیاح

«او کہ اعتبار امروزم از دیروزهای اوست.»

محمد رضا امیری



روزهایی بود که برای ارتباط با یک فامیل دور در یک شهر دیگر باید ساعت‌ها تو صف باجه تلفن می‌ایستادیم تا بتویم یه تماس بگیریم. فکر نکنم هیچ‌کدوم از شما عزیزان مخابرات‌های قدیم رو دیده باشید به جز در فیلم‌ها، یه سالن پر از تلفن‌های عمومی که هر کسی توی باجه زرد رنگ داشت با کسی تلفنی صحبت می‌کرد، گاهی فکر می‌کنم که زمان‌های دورتر وقتی می‌خواستن با عزیزتی در تماس باشن یا نامه‌ای برایش بفرستن چه دردسرهایی رو تحمل می‌کردن، ولی امروز موبایل توی دست همه هست و با یه تماس می‌تونن با هر کسی که بخوان تو هر جای دنیا، نیم‌کره غربی باشه یا شرقی تماس بگیرن. علم با چنان سرعتی پیش می‌ره که اگر بیست سال قبل فقط می‌تونستیم صدای عزیزمون رو از اون‌طرف دنیا بشنویم و دلمون برای دیدنش تنگ می‌شد الان با یه تماس تصویری در کسری از ثانیه می‌تونیم با بهترین کیفیت تصویر و صدایش رو ببینیم و بشنویم، اونم تصویر کسی که هزارها کیلومتر دورتر از ماست!

واقعاً سرعت پیشرفت علم هر روز بیشتر از دیروزه، روزهایی بود که کسب علم و مهارت به سال‌ها تلاش و ممارست نیاز داشت، و به همین دلیل گاهی صاحب علم، مهارت خودش رو به راحتی در اختیار کسی قرار نمی‌داد، که شاید یکی از دلایل کندی پیشرفت علم و فراموشی بعضی از روش‌های علمی در گذشته بود، ولی امروزه با همکاری گروهی و انتشار مقالات علمی، تمام محققین و دانشمندان سعی می‌کنن دستاوردهای خودشون رو در اختیار سایر افراد قرار بدن، که این امر سرعت گسترش علم رو چندین برابر کرده. روزی موبایل فقط تلفن سیاری بود که تماس رو در هر جایی برامون میسر می‌کرد، ولی امروزه با اتصال به اینترنت می‌تونیم از امکانات بیشتری بهره ببریم. و حالا، با ظهور هوش مصنوعی و در اختیار عموم قرار گرفتن آن در برخی از نرم‌افزارها، و هوشمند شدن اکثر لوازم اطرافمون، ما گسترش تکنولوژی رو در فضای اطرافمون احساس می‌کنیم. روزی برای تماس گرفتن از دکمه‌های گوشی استفاده می‌کردیم، ولی در چند سال اخیر، گوشی‌های هوشمند، می‌تونن با دقت بسیار خوبی به صورت صوتی خیلی از دستورات رو انجام بدن.

هوش مصنوعی به حدی در حال پیشرفت هست که می‌تونیم از اون در کارهای روزمره مثلاً ویرایش تصویر به نحو دلخواه یا تولید آهنگ با صدای هر خواننده‌ای استفاده کنیم، می‌تونیم تا حد خوبی بازارهای بورسی جهان رو تحلیل کنیم، یا با یک سؤال به بی‌نهایت منبع اطلاعات برسیم. به کمک هوش مصنوعی می‌تونیم فرآیندهای آزمایشگاهی و علمی رو که ممکنه سال‌ها و ماه‌ها به تحقیق و پژوهش نیازمند باشن رو شبیه‌سازی کنیم و زودتر از قبل نتایج رو بررسی کنیم.

هوش مصنوعی تنها یکی از دستاوردهای بشره، که در این سال‌ها خیلی از دانشمندان سعی دارن از اون برای بهبود شرایط زندگی استفاده کنن. به نظرتون آینده مثل کدوم یک از فیلم‌های علمی و تخیلی میشه؟ (ماتریکس، ترمیناتور یا خالق)؟ هوش مصنوعی عامل بهبود و پیشرفت جوامع بشری میشه یا عامل ویرانی و تخریب؟

آینده هر جور باشه، این انسان هست که هوش مصنوعی رو به اینجا رسونده. هوش جمعی و کارگروهی ما انسان‌ها در کنار هم، چنین دستاوردهایی رو به ارمغان آورده (البته گاهی همین کارها به محیط زیست و خیلی انسان‌ها هم صدمه زده). همیشه انسان در حال تغییر شرایط برای بهتر زیستن و کشف ناشناخته‌هاست، از ابتدایی‌ترین ابداعات بشر مثل چرخ تا هوش مصنوعی.

مهم‌ترین نکته اینه که پشت تمام این پیشرفت‌ها تلاش بوده. ملاصدرا با سال‌ها تحصیل و تحقیق صدرالمتألهین شد، ابوعلی سینا با مطالعه و تحقیق یکی از برجسته‌ترین افراد دوران‌ها، نیوتون برای کشف قوانین جاذبه سال‌ها مطالعه داشت، و نمونه معروف ادیسون برای ساخت لامپ بارها شکست رو تجربه کرد تا روشنایی رو به خیابون‌ها و منازل بیره.

پشت تمام موفقیت‌های جزئی و کلی هر فرد یا گروهی تلاش بوده و تلاش!!!  
هر آینده خوبی که قراره برای ما ساخته بشه فقط با تلاش تکتکمون به دست می‌آد.  
سعیدی چاه خوش می‌گه:

سخن چاه فایده گفتن چو پند می‌نیوشم؟

مرا مگوی که سعیدی طریق عشق رها کن

و گر مراد نیابم به قدر وسع بکوشم

به راه بادیه رفتن به از نشستن باطل

همیشه سعی کردم در تمام مراحل کاری و زندگی دست از تلاش برندارم و در تمام این سال‌ها تمام تلاشمو کردم که یاد بگیرم و برای بهتر شدن سخن تمام عزیزان رو بر دیده منت بذارم. هر بار که سختی حاصل شد با تلاش دو چندان از اون سختی گذر کردم و امیدوارم شما عزیزان هم با تلاش خودتون بتونید در این مسیر قدم بردارید و هیچ وقت خسته نشید.

کتاب حاضر با تلاش سه تن از دوستان بسیار عزیز به رشته تحریر درآمده، کمال تشکر رو از آقایان مصطفی دیداری، محمدرضا سیاح و محمد امیری دارم، و از تکتک دوستان به ویژه آقای عرفان جالیزی به خاطر زحماتشان برای تألیف کتاب تشکر ویژه دارم. از سرکار خانم مرادزاده بابت زحمت صفحه‌آرایی کتاب و آقایان داریوش جهادی و محمد وزیرزاده بابت همکاری مداوم در انتشارات کمال تشکر رو دارم. امیدوارم مطالب کتاب حاضر برای تمام عزیزان مفید واقع بشه. از شما عزیزان نیز پیشاپیش به خاطر نواقص و کمبودهای احتمالی طلب عفو دارم. بهترین‌ها رو برای شما و خودم از خدا می‌خوام.



رسول حاجی زاده

مدیر انتشارات خوشخوان

## به نام او

ماکس پلانک فیزیکدان، پس از دریافت جایزه نوبل فیزیک در سال ۱۹۱۸، به سراسر آلمان سفر کرد. هر کجا از او دعوت می‌شد، سخنرانی یکسانی را در مورد مکانیک کوانتومی، ارائه می‌داد. با گذشت زمان، راننده پلانک، سخنرانی او را موبه‌مو حفظ شده بود. یک روز به او گفت: «پروفسور، حتماً برایتان کسل‌کننده است که یک سخنرانی را این همه تکرار کنید؛ نظرتان چیست که من به‌جای شما در مونیخ سخنرانی کنم؛ شما هم در ردیف جلو بنشینید و کلاه شوفری من را به سر بگذارید؟ این کار برای هردوی ما تنوعی است.»

پلانک از پیشنهاد او استقبال کرد. بعد از ظهر آن روز، راننده سخنرانی‌ای طولانی در باره مکانیک کوانتومی در حضور مخاطبانی سرشناس، ارائه داد. بعد از سخنرانی او، یک پروفسور فیزیک از جای خود بلند شد و سؤالی را از او پرسید. راننده پلانک با خونسردی گفت: «هیچ‌وقت فکر نمی‌کردم یک نفر از اهالی شهر پیشرفته‌ای مثل مونیخ، سؤالی به این سادگی مطرح کند. حتی راننده من هم پاسخ این سؤال را می‌داند. او پاسخ شما را خواهد داد.»

به نظر شما آیا دانش پلانک و راننده‌اش مثل هم بودند با این‌که هر دو یک سخنرانی را ارائه کردند؟ خب مسلماً نه!

افراد در یادگیری دانش، به دو دسته تقسیم می‌شوند:

نوع اول، دانش را به صورت واقعی یاد می‌گیرند. این نوع دانش را در افرادی می‌بینیم که برای فهمیدن یک موضوع، زمان و انرژی زیادی صرف کرده‌اند. نوع دوم، دانش را شوفری یاد می‌گیرند. این افراد معمولاً طوطی‌وار، مثل این‌که چیزی را از روی نوشته‌ای می‌خوانند، کلمات را پشت سر هم ردیف می‌کنند، بی‌آن‌که کم‌ترین نظر یا درکی در مورد آن‌ها داشته باشند.

خب هدفمان از نقل این داستان این بود که حواستان باشد اگر می‌خواهید در ریاضی موفق باشید باید جزء دسته اول باشید نه این‌که آن را شوفری یاد بگیرید؛ خصوصاً این‌که از کنکور ۱۴۰۰ به بعد، درس ریاضی، یک پوست‌اندازی اساسی پیدا کرده و سؤال‌ها واقعاً ترکیبی و مفهومی شده‌اند. این کتاب هم دقیقاً برای همین نوشته شده است تا شما جزء دسته اول باشید نه این‌که صرفاً چند تا نکته حفظ کنید و تمام.

خب پر حرفی نکنیم و مقداری هم در مورد این کتاب توضیح بدهیم:

این کتاب از درس‌نامه و ۴۰ تا آزمون تشکیل شده است. برای این‌که ذهن مرتب‌تری پیدا کنید، آزمون‌ها در ۷ فصل کلی و به‌صورت موضوعی طبقه‌بندی شده است (مثلاً کل تابع با هم آورده نه این‌که تابع دهم، یازدهم و دوازدهم جدا از هم باشه). این ۷ فصل عبارت‌اند از:

۱ - معادلات (۳ یا ۴ سؤال تو کنکور داره)

۲ - تابع (۴ یا ۵ سؤال تو کنکور داره)

۳ - الگوهای خطی و غیرخطی (۴ سؤال تو کنکور داره)

۴ - آمار (۴ یا ۵ سؤال تو کنکور داره)

۵ - منطق و استدلال (۱ یا ۲ سؤال تو کنکور داره)

۶ - شمارش و احتمال (۲ یا ۳ سؤال تو کنکور داره)

۷ - شبیه‌سازهای کنکور

هر فصل از چند آزمون موضوعی و در پایان فصل نیز آزمون جامع آن، قرار داده شده است. در ابتدای هر فصل این‌که هر آزمون چه قسمتی از کتاب درسی را پوشش می‌دهد در جدول ارائه شده است تا بهتر

بتوانید خود را برای شرکت در آزمون‌های آزمایشی، آماده کنید. سعی کنید در قدم اول، درس را خوب خوب (تو کلاس درس یا از روی کتاب‌های جامع و ...) یاد بگیرید. در قدم بعدی، درس‌نامه‌های هر آزمون را مطالعه کنید و سعی کنید تیپ‌های مهم هر قسمت را به خاطر بسپارید. درس‌نامه‌ها، حالت جمع‌بندی دارند پس تمام نکات مهم، برای شما دوره می‌شوند. در قدم بعدی، شروع به حل آزمون‌ها کنید. اگر فرصت دارید هیچ آزمونی نباید از زیر دستتان در برود چون همه سؤال‌ها، طوری طراحی شده که می‌تواند در کنکور مطرح بشود (یعنی سؤال آموزشی نمی‌بینی). اما اگر کار اورژانسی است و کنکور نزدیک، می‌توانید فقط آزمون‌های جامع هر فصل و شبیه‌سازها را حل کنید. پاسخ‌ها حتماً به صورت دقیق مطالعه شده (حتی اگر سؤال درست حل شده! بالاخره معلمی گفتن، شاگردی گفتن) تا نقاط ضعف خودتان را شناخته و آن‌ها را برطرف کنید. در فصل آخر، سه کنکور تألیفی به همراه کنکورهای ۱۴۰۱ و ۱۴۰۲ قرار داده شده است که حل آن‌ها از نان شب هم واجب‌تر است. حتماً حتماً آن‌ها را در زمان و مشابه کنکور حل کرده و تحلیل آزمون کنید چون هر چه بیشتر خود را در شرایط کنکور قرار دهید، در آزمون اصلی عملکرد بهتری خواهید داشت (مثل بازی‌های تدارکاتی).

در پایان تشکر می‌کنیم از حمایت‌های بی‌بدیل مدیر محترم انتشارات، جناب آقای رسول حاجی‌زاده، از پیگیری‌های سفت و سخت مدیر تألیف، جناب آقای عرفان جالیزی و عزیزان پرتلاش انتشارات که بدون زحمات آن‌ها این کتاب به چاپ نمی‌رسید. آرزوی بهترین‌ها را برای همه شما داریم.

دوست‌داران شما



مصطفی دیداری، محمدرضا سیاح، محمدرضا امیری

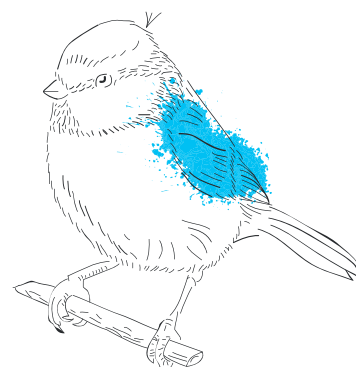
زمستان ۱۴۰۲

# فهرست مطالب

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۸۷		۱	معادلات
۸۸	نکات گردآوری داده‌ها	۲	نکات فصل اول دهم، درس ۱
۹۰	آزمون ۲۰	۴	آزمون ۱
۹۲	نکات معیارهای گرایش به مرکز	۶	نکات فصل اول دهم، درس ۲
۹۵	آزمون ۲۱	۱۰	آزمون ۲
۹۸	نکات معیارهای پراکندگی	۱۲	نکات فصل اول دهم، درس ۳
۱۰۲	آزمون ۲۲	۱۴	آزمون ۳
۱۰۴	نکات نمایش داده‌ها	۱۶	آزمون ۴
۱۰۸	آزمون ۲۳	۱۸	آزمون ۵
۱۱۱	نکات شاخص‌های آماری	۲۱	
۱۱۳	آزمون ۲۴	۲۲	نکات فصل دوم دهم، درس ۱ و ۲
۱۱۶	نکات سری‌های زمانی	۲۵	آزمون ۶
۱۱۸	آزمون ۲۵	۲۷	نکات فصل دوم دهم، درس ۳ و ۴
۱۲۲	نکات چرخه آمار در حل مسائل	۳۶	آزمون ۷
۱۲۴	آزمون ۲۶	۳۸	آزمون ۸
۱۲۷	آزمون ۲۷	۴۰	نکات فصل دوم یازدهم، درس ۱
۱۳۰	آزمون ۲۸	۴۲	آزمون ۹
۱۳۳	منطق و استدلال	۴۴	نکات فصل دوم یازدهم، درس ۲
۱۳۴	نکات منطق ریاضی	۴۹	آزمون ۱۰
۱۳۶	آزمون ۲۹	۵۱	نکات فصل دوم یازدهم، درس ۳
۱۳۸	نکات استدلال ریاضی	۵۳	آزمون ۱۱
۱۳۹	آزمون ۳۰	۵۶	آزمون ۱۲
۱۴۲	آزمون ۳۱	۵۸	آزمون ۱۳
۱۴۵	شمارش و احتمال	۶۱	الگوهای خطی و غیرخطی
۱۴۶	نکات شمارش	۶۲	نکات فصل دوم دوازدهم، درس ۱
۱۵۱	آزمون ۳۲	۶۵	آزمون ۱۴
۱۵۳	نکات احتمال	۶۷	نکات فصل دوم دوازدهم، درس ۲
۱۵۵	آزمون ۳۳	۷۰	آزمون ۱۵
۱۵۷	آزمون ۳۴	۷۲	نکات فصل سوم دوازدهم، درس ۱
۱۵۹	شبیه‌ساز کنکور	۷۴	آزمون ۱۶
۱۷۵	پاسخ‌نامه تشریحی آزمون‌ها	۷۶	نکات فصل سوم دوازدهم، درس ۲
۲۹۱	پاسخ کلیدی آزمون‌ها	۷۸	آزمون ۱۷
		۸۰	نکات فصل سوم دوازدهم، درس ۳
		۸۲	آزمون ۱۸
		۸۵	آزمون ۱۹

# معادلات

شماره آزمون	موضوع آزمون	پوشش کتاب درسی
۱	معادله درجه ۱- مسائل توصیفی	فصل ۱- درس ۱ ریاضی و آمار ۱
۲	حل معادله درجه ۲ و کاربردهای آن	فصل ۱- درس ۲ ریاضی و آمار ۱
۳	معادلات گویا	فصل ۱- درس ۳ ریاضی و آمار ۱
۴	جامع	فصل ۱ ریاضی و آمار ۱
۵	جامع	فصل ۱ ریاضی و آمار ۱





# فصل اول دهم

## درس ۱، آزمون ۱

اصطلاح ریاضی	تعریف- روش حل	مثال
معادله	هر تساوی شامل اعداد و عبارتهای جبری را معادله گوییم.	$2x + xy = 5$
جواب یا ریشه معادله	عدد یا عددی که به ازای آن‌ها تساوی در معادله برقرار می‌شود، جواب یا ریشه معادله گوییم.	$x = 2$ جواب معادله $x^2 + x - 6 = 0$ است چون $2^2 + 2 - 6 = 0$ برقرار است.
معادله دو مجهولی	اگر معادله دارای ۲ مجهول باشد به آن معادله دو مجهولی گوییم.	$2x + 3y = 5$
معادله یک مجهولی	اگر معادله دارای یک نوع متغیر یا مجهول باشد به آن معادله یک مجهولی گوییم.	معادله $2x^2 - 3x + 1 = 0$ فقط مجهول $x$ دارد پس یک مجهولی است.
درجه یک معادله	به بزرگ‌ترین توان متغیر (پس از ساده کردن) در یک معادله، درجه آن معادله گوییم.	معادله $2x^2 - 3x + 1 = 0$ درجه دوم است ولی معادله $x^2 - x^2 + 5x - 1 = 0$ درجه اول است.
حل معادله درجه اول	معادلاتی که پس از ساده شدن به فرم $ax = b$ تبدیل می‌شوند را معادله درجه اول گوییم. در صورت $a \neq 0$ جواب معادله $x = \frac{b}{a}$ است. $b$ طرف معلوم و $a$ ضریب مجهول خواهد بود. گاهی اوقات معادله نامرتب است و برای تبدیل آن به فرم $ax = b$ متغیر معادله (همراه با ضرایبشان) به یک طرف معادله و اعداد بدون متغیر را به طرف دیگر معادله منتقل کنیم. (معمولاً مجهولات سمت چپ و اعداد معلوم سمت راست)	<p>در معادله <math>x^2 - 3x + 11 = (x+1)^2</math> داریم:</p> $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 3x + 11$ $\Rightarrow x^2 - x^2 + 2x + 3x = 11 - 1$ $\Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{5} = 2$
دستگاه دو معادله دو مجهولی	اگر دو معادله دو مجهول همزمان داده شوند، اصطلاحاً دستگاه دو معادله دو مجهول به شکل زیر تشکیل می‌شود:	<p><b>روش اول:</b> جایگذاری در دومی <math>y + 2x = 7 \rightarrow y = -2x + 7</math></p> $\begin{cases} y + 2x = 7 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$ $3x - 4(-2x + 7) = -6 \Rightarrow 3x + 8x - 28 = -6$ $\Rightarrow 11x = 22 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3$
دستگاه دو معادله دو مجهولی	می‌توان طرفین یکی از دو معادله (یا هر دو) را در عددی ضرب کرد که یا ضرایب $x$ یا ضرایب $y$ در دو معادله قرینه یکدیگر شوند. سپس طرفین دو معادله را با یکدیگر جمع می‌کنیم تا یکی از متغیرها حذف شده و متغیر دیگر به دست بیاید. با قرار دادن مقدار این متغیر در یکی از دو معادله متغیر دوم را هم پیدا می‌کنیم.	<p><b>روش دوم:</b> معادله اول را در ۴ ضرب می‌کنیم:</p> $\begin{cases} 4y + 8x = 28 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$ $(4y + 8x) + (3x - 4y) = 28 + (-6)$ $\Rightarrow 11x = 22 \Rightarrow x = \frac{22}{11} = 2$ <p>با قرار دادن <math>x = 2</math> در معادله بالایی (یا پائینی) داریم:</p> $y + 4 = 7 \Rightarrow y = 3$
مسائل توصیفی	گاهی معادله به طور مستقیم داده نمی‌شود و با اطلاعاتی که در صورت سؤال در مورد متغیر داده می‌شود باید مجهول را $x$ فرض کنیم و معادله را بنویسیم پس معادله را حل کنیم.	<p>جمله «۳ برابر عددی از قرینه همان عدد ۲، واحد بیشتر است» را به صورت معادله <math>3x = -x + 2</math> نوشته و معادله را حل می‌کنیم:</p> $3x + x = 2 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$



**نکته:** معمولاً برای حل معادله‌ها باید بتوانیم عبارت‌های توصیفی را به ریاضی تبدیل کنیم. مهم‌ترین آن‌ها عبارت‌اند از:

ریاضی	نمونه	ریاضی	عبارت توصیفی	ریاضی	عبارت توصیفی
$2\sqrt{x} = x$	دو برابر جذر عددی برابر خودش است.	$x + y$	مجموع دو عدد	$x$	یک عدد
$x^2 > 7x + 5$	مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه پنج است.	$xy$	ضرب دو عدد	$x^2$	مجذور یک عدد
$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x + y$	مجموع معکوس‌های دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مجموع آن دو عدد است.	$x^2 + y^2$	مجموع مربعات دو عدد	$x^3$	مکعب یک عدد
$x^3 + y^3 \geq (x + y)^3$	مجموع مکعبات دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.	$(x + y)^2$	مربع مجموع دو عدد	$x^2 + x^3$	مجموع مجذور و مکعب یک عدد
$x = x^2 + 5$	عددی از مجذور خود ۵ واحد بیش‌تر است.	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$	مجموع معکوس‌های دو عدد	$\sqrt{x}$	جذر عدد
$x = y + 2$	$x$ دو واحد از $y$ بیش‌تر است.	$\sqrt{xy}$	جذر حاصل ضرب دو عدد	$\frac{1}{x}$	معکوس یک عدد
$\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$	نسبت دو عدد مثل ۱ به ۳ است.	$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$	حاصل ضرب جذر دو عدد	$-x$	قرینه یک عدد
$xy$	مساحت مستطیل با طول $x$ و عرض $y$	$\frac{1}{4}(x + y)$	نصف مجموع دو عدد	$\frac{x}{3}$	ثلث عدد
$2x + 2y$	محیط مستطیل با طول $x$ و عرض $y$	$\frac{x}{2} + \frac{y}{2}$	مجموع نصف دو عدد	$\frac{x}{4}$	ربع عدد

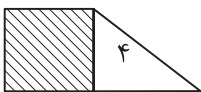




## آزمون ۱

موضوع آزمون: معادله درجه ۱ و مسائل توصیفی      زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه      پاسخ: صفحه ۱۷۶

- ۱- سن پدری ۷ برابر سن پسرش است. ۷ سال بعد سن پدر ۴ برابر سن پسرش می‌شود. مجموع سن فعلی پدر و پسر چقدر است؟  
 (۱) ۵۲      (۲) ۵۶      (۳) ۶۲      (۴) ۶۶
- ۲- اگر معادله  $(mx + 2)^2 - 9x^2 + 3x = 0$  درجه اول باشد، مجموع معکوس‌های جواب‌های قابل قبول معادله کدام است؟  
 (۱)  $-\frac{3}{2}$       (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳)  $-\frac{5}{2}$       (۴)  $\frac{5}{2}$
- ۳- جواب معادله  $\frac{3x}{2 \times 5} + \frac{3x}{5 \times 8} + \frac{3x}{8 \times 11} + \dots + \frac{3x}{38 \times 41} = \frac{26}{41}$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{5}{2}$       (۲)  $\frac{2}{5}$       (۳)  $\frac{3}{4}$       (۴)  $\frac{4}{3}$
- ۴- کشاورزی در یک سال سه محصول پرتقال، نارنگی و سیب برداشت کرده است. مقدار برداشت سیب،  $\frac{1}{5}$  نارنگی و مقدار برداشت نارنگی،  $\frac{1}{3}$  پرتقال است. اگر این کشاورز پرتقال را هر کیلو ۹۰۰۰ تومان و نارنگی را ۷۰۰۰ تومان و سیب را ۸۰۰۰ تومان فروخته و مجموعاً ۵۳۴ میلیون تومان دریافت کرده باشد، چند کیلو نارنگی برداشت شده است؟  
 (۱) ۳۰۰۰      (۲) ۹۰۰۰      (۳) ۱۵۰۰۰      (۴) ۴۵۰۰۰
- ۵- مجموع ۵ عدد فرد متوالی ۱۰۵ است. مجموع اعداد زوج بین این اعداد کدام است؟  
 (۱) ۱۰۴      (۲) ۹۴      (۳) ۸۸      (۴) ۸۴
- ۶- کشاورزی نیمی از مساحت زمین خود را گندم و  $\frac{1}{3}$  از مساحت باقی‌مانده را جو و سپس  $\frac{1}{4}$  از مساحت کشت نشده را سیب‌زمینی کاشت و ۵ هکتار از مساحت زمین بدون کشت محصول باقی ماند. زمین این کشاورز چند هکتار است؟  
 (۱) ۱۶      (۲) ۱۸      (۳) ۲۰      (۴) ۲۵
- ۷- خمس عددی مثبت، برابر ثلث عدد دیگر است. اگر مجموع ۲ برابر عدد بزرگ‌تر و ۳ برابر عدد کوچک‌تر برابر ۳۸۰ باشد، میانگین دو عدد کدام است؟  
 (۱) ۷۵      (۲) ۸۰      (۳) ۸۵      (۴) ۹۰
- ۸- مساحت یک مستطیل ۴ برابر محیط آن است. اگر طول مستطیل، ۴ برابر عرض آن باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل چقدر است؟  
 (۱) ۲۵      (۲) ۳۰      (۳) ۳۵      (۴) ۴۰
- ۹- در مزرعه‌ای تعدادی مرغ و گوسفند وجود دارد. اگر تعداد پاهای حیوانات این مزرعه برابر ۶۰۰ و تعداد سرهای آنان برابر ۲۴۰ باشد تعداد مرغ‌ها چند برابر تعداد گوسفندان است؟  
 (۱) ۶      (۲) ۵      (۳) ۴      (۴) ۳
- ۱۰- شخصی برای خرید یک کالای ۶۴۰۰ تومانی تعدادی سکه ۱۰، ۲۵ و ۵۰ تومانی پرداخت کرده اگر تعداد سکه‌های ۲۵ تومانی ۲ برابر سکه‌های ۵۰ تومانی و تعداد سکه‌های ۱۰ تومانی ۳ برابر سکه‌های ۲۵ تومانی باشد، تعداد سکه‌های ۲۵ تومانی چقدر است؟  
 (۱) ۲۰      (۲) ۴۰      (۳) ۸۰      (۴) ۱۲۰
- ۱۱- در شکل زیر مساحت مربع از  $\frac{1}{5}$  مساحت مثلث، به اندازه ۱۰ واحد بیشتر است. مساحت ذوزنقه کدام است؟  
 (۱) ۳۲      (۲) ۳۶      (۳) ۴۲      (۴) ۴۶



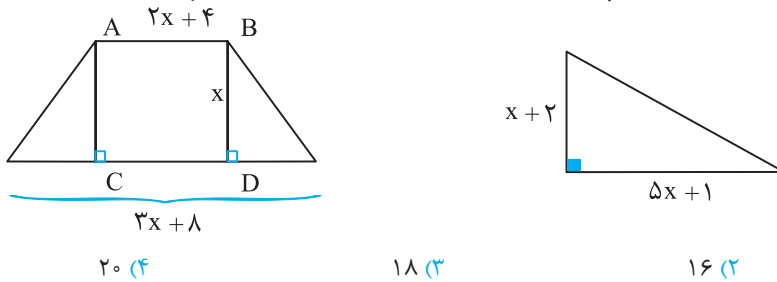
۱۲- اگر  $x = a$  جواب معادله  $\frac{3(x-1)}{5} + \frac{2x+3}{3} = \frac{3x-2}{2}$  باشد، جواب معادله  $\frac{2x-a(\Delta x - a(x+1))}{x+a} = a+1$  کدام است؟

(۱) ۱      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۶

۱۳- در یک کارگاه کوچک یک مدیر و ۱۰ کارمند و ۱۲ کارگر کار می‌کنند. حقوق هر کارگر نصف یک کارمند و حقوق کارمند نصف مدیر است. اگر در این کارگاه سالانه ۳۲۴ میلیون تومان حقوق پرداخت شود، حقوق سالانه یک کارمند چند میلیون تومان است؟

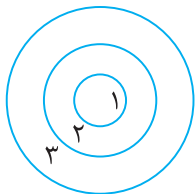
(۱) ۸      (۲) ۱۲      (۳) ۱۶      (۴) ۱۸

۱۴- اگر مساحت ذوزنقه و مثلث در شکل زیر با هم برابر باشند، مساحت مستطیل ABCD کدام است؟



۱۵- یک ورزشکار پرتاب دارت، ۲۵ دارت به سمت هدف پرتاب می‌کند. امتیاز برخورد به منطقه ۱، برابر ۱۰ و منطقه ۲ برابر ۵ و منطقه ۳، برابر ۳ می‌باشد. اگر تعداد دارت‌های برخورد کرده با مناطق ۱ و ۳ برابر و تعداد دارت برخورد با منطقه ۲، دو برابر هر یک از دو منطقه دیگر باشد و مجموعاً ۹۲ امتیاز کسب کرده باشد، چند دارت این ورزشکار به تابلو برخورد نکرده است؟

(۱) ۴      (۲) ۷      (۳) ۹      (۴) ۱۱



۱۶- یک مهندس با یک قرارداد ۶ ماهه در یک شرکت استخدام می‌شود به طوری که قرار است حقوق وی هر ماه نسبت به ماه قبل ۲ برابر شود. اگر مجموع دریافتی این مهندس در ۳ ماه آخر قرارداد معادل ۲۸۰ میلیون تومان باشد، این مهندس در ماه سوم قرارداد خود چند میلیون دریافت کرده است؟

(۱) ۱۰      (۲) ۱۵      (۳) ۲۰      (۴) ۲۵

۱۷- ثلث دو برابر عددی از سه برابر خمس آن عدد، ۱۰ واحد بیشتر است. اختلاف ثلث و خمس این عدد چقدر است؟

(۱) ۱۰      (۲) ۱۵      (۳) ۲۰      (۴) ۲۵

۱۸- سه نفر در یک کارخانه شریک‌اند. سهم نفر اول از کل کارخانه  $\frac{1}{3}$  و سهم نفر دوم  $\frac{1}{4}$  کل کارخانه است. اگر ارزش سهم نفر سوم برابر ۱۵ میلیارد تومان باشد، ارزش سهم نفر اول از نفر دوم چند میلیارد بیشتر است؟

(۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۵      (۴) ۶

۱۹- اگر جواب معادله  $\frac{x-a}{3} + \frac{x+a}{2} = \frac{1}{a}$  برابر  $\frac{1-a}{5}$  باشد مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$       (۲) ۳      (۳)  $\frac{1}{6}$       (۴) ۶

۲۰- نسبت عرض به طول یک مستطیل ۲ به ۵ می‌باشد. اگر محیط مستطیل از سه برابر طول آن ۵ واحد کمتر باشد، نسبت مساحت به محیط مستطیل چقدر است؟

(۱)  $\frac{16}{9}$       (۲)  $\frac{25}{9}$       (۳)  $\frac{16}{7}$       (۴)  $\frac{25}{7}$



# فصل اول دهم

## درس ۲، آزمون ۲

معادلاتی که بزرگ‌ترین توان  $x$  از درجه دوم است را معادله درجه دوم می‌گوئیم. فرم استاندارد معادلات درجه دوم به صورت  $ax^2 + bx + c = 0$  با شرط  $a \neq 0$  است. مانند معادله‌های:

$$5x^2 + 2x = 0 \quad \text{یا} \quad x^2 - 3x + 2 = 0$$

### روش‌های حل معادله درجه ۲:

نام روش	روش	مثال
حل معادله به روش تجزیه	<p><b>نکته:</b> اگر ضرب دو یا چند عدد صفر شود، حداقل یکی از آن‌ها برابر صفر است. (خاصیت عامل صفر)</p> $a \cdot b = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ \text{یا} \\ b = 0 \end{cases}$ <p>برای حل معادله درجه دوم از روش تجزیه مراحل زیر را انجام می‌دهیم:</p> <p>مرحله ۱: همه متغیرها و اعداد را به یک طرف تساوی منتقل می‌کنیم تا طرف دیگر معادله صفر شود.</p> <p>مرحله ۲: با استفاده از فاکتورگیری و اتحادها (معمولاً اتحاد جمله مشترک یا اتحاد مربع کامل) معادله را تجزیه می‌کنیم.</p> <p>مرحله ۳: با استفاده از خاصیت عامل صفر هر یک از عوامل تجزیه را جداگانه برابر صفر قرار می‌دهیم و ریشه هر یک از آن‌ها را به عنوان جواب معادله به دست می‌آوریم.</p>	<p>برای حل معادله <math>(x-1)(2x+3) = 0</math> داریم:</p> $x-1=0 \Rightarrow x=1 \quad \text{یا} \quad 2x+3=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$ <p>در معادله <math>x^2 + 2 = 3x</math> داریم:</p> $x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \text{اتحاد جمله مشترک}$ $(x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$ <p>در معادله <math>x^2 + x = 3x</math> داریم:</p> <p>فاکتورگیری <math>x^2 + x - 3x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0</math></p> $x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$
حل معادله با استفاده از خاصیت ریشه زوج	<p>در رابطه <math>x^2 = k</math> با شرط <math>k \geq 0</math> داریم:</p> $x^2 = k \xrightarrow{k \geq 0} x = \pm \sqrt{k}$ <p>اگر در معادله درجه دوم، <math>b = 0</math> باشد معادله به صورت <math>ax^2 + c = 0</math> خواهد شد. در این صورت طرفین معادله را به <math>a</math> تقسیم می‌کنیم تا به صورت <math>x^2 + \frac{c}{a} = 0</math> یا <math>x^2 = -\frac{c}{a}</math> در بیاید.</p> <p>حالت ۱: اگر <math>-\frac{c}{a} &lt; 0</math> یا <math>\frac{c}{a} &gt; 0</math> باشد معادله جواب ندارد.</p> <p>حالت ۲: اگر <math>-\frac{c}{a} &gt; 0</math> یا <math>\frac{c}{a} &lt; 0</math> باشد داریم:</p> $x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$	<p>برای حل معادله <math>2x^2 = 32</math> داریم <math>x^2 = 16</math> در نتیجه:</p> $x = \pm \sqrt{16} \Rightarrow x = \pm 4$ <p>در معادله <math>9x^2 + 16 = 0</math> پس داریم <math>x^2 = -\frac{16}{9}</math> و معادله جواب ندارد اما برای حل در معادله <math>9x^2 - 16 = 0</math> داریم:</p> $9x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{16}{9}} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{3}$
حل معادله به روش مربع کامل	<p>در این روش مراحل زیر را طی می‌کنیم:</p> <p>مرحله ۱: جملات شامل <math>x^2</math> و <math>x</math> را به سمت چپ تساوی و عدد ثابت را به سمت راست منتقل می‌کنیم.</p> <p>مرحله ۲: طرفین تساوی را بر ضریب <math>x^2</math> تقسیم می‌کنیم تا ضریب <math>x^2</math> برابر عدد ۱ شود.</p>	<p>برای حل معادله <math>2x^2 - 5x - 7 = 0</math> داریم:</p> <p>(۱) <math>2x^2 - 5x = 7</math></p> <p>(۲) <math>x^2 - \frac{5}{2}x = \frac{7}{2}</math></p>





$(۳) \left(\frac{-۵}{۲}\right)^2 = \left(-\frac{۵}{۴}\right)^2 = \frac{۲۵}{۱۶}$	<p>مرحله ۳: به طرفین معادله‌ای که به صورت <math>x^2 + mx = n</math> تبدیل شده است، مربع نصف ضریب <math>x</math> را (یعنی <math>\left(\frac{m}{۲}\right)^2 = \frac{m^2}{۴}</math>) اضافه می‌کنیم.</p>	
$(۴) x^2 - \frac{۵}{۲}x + \frac{۲۵}{۱۶} = \frac{۲۵}{۱۶} + \frac{۷}{۲} \Rightarrow \left(x - \frac{۵}{۴}\right)^2 = \frac{۸۱}{۱۶}$	<p>مرحله ۴: طرف چپ تساوی را به صورت مربع کامل می‌نویسیم.</p>	<p>حل معادله به روش مربع کامل</p>
$(۵) x - \frac{۵}{۴} = \pm \sqrt{\frac{۸۱}{۱۶}}$ $\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{۵}{۴} = \frac{۹}{۴} \Rightarrow x = \frac{۹}{۴} + \frac{۵}{۴} = \frac{۱۴}{۴} = \frac{۷}{۲} \\ x - \frac{۵}{۴} = -\frac{۹}{۴} \Rightarrow x = -\frac{۹}{۴} + \frac{۵}{۴} = -\frac{۴}{۴} = -۱ \end{cases}$	<p>مرحله ۵: از خاصیت ریشه زوج استفاده می‌کنیم.</p>	
<p>برای حل <math>۲x^2 = ۵x + ۷</math> معادله داریم:</p> $(۱) ۲x^2 - ۵x - ۷ = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ b = -۵ \\ c = -۷ \end{cases}$	<p>مرحله ۱: همه متغیرها و اعداد را به سمت چپ تساوی منتقل می‌کنیم تا معادله به شکل استاندارد <math>ax^2 + bx + c = 0</math> در بیاید.</p>	
$(۲) \Delta = (-۵)^2 - ۴(۲)(-۷) = ۲۵ + ۵۶ = ۸۱$	<p>مرحله ۲: <math>\Delta</math> یا مبین معادله را از رابطه <math>\Delta = b^2 - ۴ac</math> به دست می‌آوریم.</p>	
$(۳) \begin{cases} x_1 = \frac{-(-۵) + \sqrt{۸۱}}{۲ \times ۲} = \frac{۵ + ۹}{۴} = \frac{۱۴}{۴} = \frac{۷}{۲} \\ x_2 = \frac{-(-۵) - \sqrt{۸۱}}{۲ \times ۲} = \frac{۵ - ۹}{۴} = -\frac{۴}{۴} = -۱ \end{cases}$	<p>مرحله ۳: با استفاده از <math>\Delta</math> و ضرایب معادله، ریشه‌ها را از این رابطه به دست می‌آوریم:</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a}$	
	<p>مرحله ۴: در این مرحله با ۳ حالت زیر ممکن است مواجه شویم:</p> <p>حالت اول: اگر <math>\Delta &lt; 0</math> باشد معادله جواب ندارد.</p> <p>حالت دوم: اگر <math>\Delta = 0</math> باشد دو ریشه معادله با یکدیگر برابرند. در این حالت گوئیم معادله دارای ریشه مضاعف <math>x = -\frac{b}{۲a}</math> می‌باشد.</p> <p>حالت سوم: اگر <math>\Delta &gt; 0</math> باشد معادله دارای ۲ ریشه است که از رابطه <math>x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{۲a}</math> و <math>x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{۲a}</math> به دست می‌آیند.</p>	<p>حل معادله به روش کلی یا روش (<math>\Delta</math>)</p>
<p>مثلاً در معادله <math>۲x^2 - ۳x + ۱ = 0</math> داریم <math>۲ + (-۳) + ۱ = 0</math> بنابراین ریشه‌های معادله <math>x_1 = ۱</math> و <math>x_2 = \frac{۱}{۲}</math> است. در معادله <math>۲x^2 + ۳x + ۱ = 0</math> داریم <math>۳ = ۲ + ۱</math> بنابراین ریشه‌های معادله <math>x_1 = -۱</math> و <math>x_2 = -\frac{۱}{۲}</math> خواهند بود.</p>	<p>حالت‌های خاص و پرکاربرد معادله درجه دوم:</p> <p>۱- اگر در معادله درجه دوم <math>ax^2 + bx + c = 0</math> مجموع ضرایب معادله برابر صفر باشد (<math>a + b + c = 0</math>) یکی از ریشه‌ها ۱ و دیگری <math>\frac{a}{c}</math> است.</p> $a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = ۱ \\ x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$ <p>۲- اگر در معادله درجه دوم <math>ax^2 + bx + c = 0</math> داشته باشیم <math>b = a + c</math> یکی از ریشه‌ها ۱- و دیگری <math>-\frac{c}{a}</math> است.</p> $b = a + c \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -۱ \\ x_2 = -\frac{c}{a} \end{cases}$	



<p>برای حل معادله <math>(x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8 = 0</math>:</p> <p>(۱) عبارت <math>x^2 + 3x</math> را برابر <math>t</math> قرار می‌دهیم و معادله‌ای بر حسب <math>t</math> تشکیل می‌دهیم.</p>	<p>در برخی معادلات که معمولاً حل آن‌ها با روش‌های معمولی یا خیلی سخت و یا خیلی طولانی است:</p> <p>(۱) ممکن است بتوان عبارتی بر حسب <math>x</math> را برابر <math>t</math> فرض کرد به طوری که در معادله جدید متغیر <math>x</math> نداشته باشیم.</p>	<p>حل معادله به کمک تغییر متغیر</p>
<p>(۲) در معادله جدید مقدار <math>t</math> را به دست می‌آوریم.</p> $t^2 - 2t - 8 = 0 \Rightarrow (t - 4)(t + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = +4 \\ t = -2 \end{cases}$	<p>(۲) در معادله جدید <math>t</math> را به دست می‌آوریم.</p>	
<p>(۳) عبارت <math>x^2 + 3x</math> را جداگانه برابر ۴ و -۲ قرار می‌دهیم و مقادیر <math>x</math> را پیدا می‌کنیم.</p> $\begin{cases} x^2 + 3x = 4 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 1) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \\ x^2 + 3x = -2 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x + 2) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \end{cases}$	<p>(۳) پس از یافتن مقدار <math>t</math>، عبارتی که برابر <math>t</math> قرار داده بودیم را با اعداد به دست آمده برای <math>t</math> برابر قرار داده و مقادیر <math>x</math> را به دست می‌آوریم.</p>	

### روابط بین ریشه‌های معادله درجه ۲:

<p>در معادله <math>x^2 - 3x + 1 = 0</math> داریم:</p> $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{1} = 3$ $P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{1} = 1$ $ x_1 - x_2  = \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } = \frac{\sqrt{9 - 4}}{ 1 } = \sqrt{5}$ <p>در معادله فوق برای یافتن عبارت <math>x_1^2 + x_2^2</math> داریم:</p> $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (3)^2 - 2(1) = 7$ <p>در همین معادله که <math>x_1</math> و <math>x_2</math> ریشه‌های آن هستند داریم:</p> $\begin{cases} x_1^2 - 3x_1 + 1 = 0 \\ x_2^2 - 3x_2 + 1 = 0 \end{cases}$ <p>و برای یافتن عبارت <math>2x_1^2 + 6x_2 + 5</math> می‌توان نوشت:</p> $x_1^2 = 3x_1 - 1 \Rightarrow 2x_1^2 + 6x_2 + 5 =$ $2(3x_1 - 1) + 6x_2 + 5 = 6x_1 + 6x_2 + 3 =$ $6(x_1 + x_2) + 3 = 6(3) + 3 = 21$	<p>اگر ریشه‌های معادله درجه دوم <math>ax^2 + bx + c = 0</math> را <math>x_1</math> و <math>x_2</math> بنامیم، بدون حل معادله و یافتن <math>x_1</math> و <math>x_2</math> می‌توان جمع، ضرب و تفاضل ریشه‌ها را از روی ضرایب معادله به صورت زیر به دست آورد.</p> <p>مجموع ریشه‌ها <math>S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}</math></p> <p>حاصل ضرب ریشه‌ها <math>P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}</math></p> <p>قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها <math> x_1 - x_2  = \frac{\sqrt{\Delta}}{ a }</math></p>	
	<p>جمع و ضرب و تفاضل ریشه‌ها</p> <p>مجموع مربعات ریشه‌ها <math>x_1^2 + x_2^2 = s^2 - 2p</math></p> <p>مجموع مکعبات ریشه‌ها <math>x_1^3 + x_2^3 = s^3 - 3ps</math></p> <p><b>نکته:</b> در معادله درجه دوم <math>ax^2 + bx + c = 0</math> ریشه‌های معادله (<math>x_1</math> و <math>x_2</math>) در خود معادله صدق می‌کنند بنابراین برای <math>x_1</math> و <math>x_2</math> داریم:</p> $\begin{cases} ax_1^2 + bx_1 + c = 0 \\ ax_2^2 + bx_2 + c = 0 \end{cases}$	<p><b>نکته:</b></p>

## تشکیل معادله درجه ۲:

اگر جمع ریشه‌ها (S) و ضرب ریشه‌ها (P) در یک معادله درجه دوم معلوم باشد آن معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

برای تشکیل معادله درجه دومی که ریشه‌های آن  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$  و  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$  باشد داریم:

روش تشکیل  
معادله  
درجه دوم

$$S = x_1 + x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} + \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$P = x_1 x_2 = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{9-5}{4} = 1$$

پس معادله درجه دوم را می‌توان به این صورت زیر تشکیل داد:

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$$

## کاربرد اقتصادی معادله درجه ۲:

اگر  $C(x)$  هزینه تولید  $x$  واحد کالا،  $P(x)$  سود حاصل از فروش  $x$  واحد کالا،  $R(x)$  درآمد حاصل از فروش  $x$  واحد کالا باشد داریم:

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

هزینه - درآمد = سود

نقطه سربه‌سر: میزانی از تولید یک کارگاه که در آن هزینه با درآمد برابر می‌شود به عبارت دیگر سود برابر صفر است.

$$C(x) = R(x) \Rightarrow P(x) = 0$$

نقطه سربه‌سر







آزمون ۲

موضوع آزمون: معادله درجه دوم و کاربردهای آن زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه پاسخ: صفحه ۱۷۸

۱- در روش مربع کامل، معادله درجه دوم  $ax^2 - 16x + 10 = 0$  به صورت  $(3x - b)^2 = 0$  در می‌آید. مقدار  $b$  کدام است؟

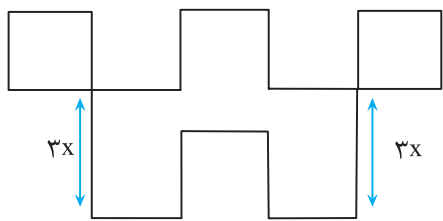
- ۱۵ (۱)  $\frac{15}{2}$  (۲)  $\frac{15}{4}$  (۳)  $\frac{15}{8}$  (۴)

۲- اگر معادله درجه دوم  $3mx^2 - 2kx + 1 = 0$  ریشه مضاعف  $x = 1$  را داشته باشد، اختلاف ریشه‌های معادله  $2kx^2 - 3mx - 1 = 0$  کدام

است؟

- $\frac{1}{2}$  (۱)  $1$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $2$  (۴)

۳- در شکل زیر طول تمام پاره‌خطها به جز دو پاره‌خط مشخص شده در شکل، برابر  $2x$  است. اگر اندازه مساحت شکل،  $16$  واحد از اندازه محیط شکل کمتر باشد مقدار  $x$  کدام می‌تواند باشد؟

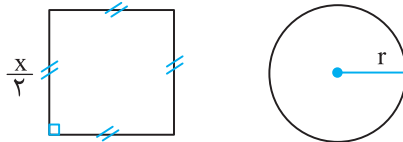


- $\frac{1}{3}$  (۱)  $\frac{5}{8}$  (۲)  $\frac{8}{13}$  (۳)  $\frac{13}{21}$  (۴)

۴- اختلاف سن دو برادر ۶ سال است. ۴ سال بعد حاصلضرب سن آن‌ها ۱۳۵ خواهد شد. میانگین سن فعلی آن‌ها چقدر است؟

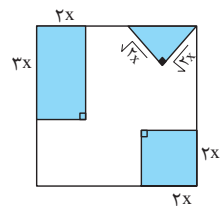
- ۸ (۱)  $7\frac{1}{2}$  (۲)  $7\frac{1}{5}$  (۳)  $8\frac{1}{5}$  (۴)

۵- اگر مجموع مساحت‌های دو شکل زیر برابر  $\frac{41}{4}$  باشد، نسبت محیط دایره به محیط مربع چقدر است؟  $r = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}(x-1)$



- $2\sqrt{\pi}$  (۱)  $\sqrt{\pi}$  (۲)  $\frac{2\sqrt{\pi}}{5}$  (۳)  $\frac{\sqrt{\pi}}{10}$  (۴)

۶- از مربعی به ضلع  $12\text{cm}$  سه شکل روبه‌رو رنگ‌آمیزی شده است. مساحت باقی‌مانده  $48\text{cm}^2$  است. اختلاف



بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مساحت رنگی چقدر است؟

- ۲۴ (۱)  $36$  (۲)  $44$  (۳)  $48$  (۴)

۷- اگر  $x = 2$  یکی از جواب‌های معادله  $(\frac{m^2-1}{4})x^2 - 3mx - 6 = 0$  باشد، مجموع مقادیر قابل قبول برای  $m$  کدام است؟

- $-4$  (۱)  $4$  (۲)  $-3$  (۳)  $3$  (۴)

۸- مجموع جواب‌های معادله  $2(\frac{x^2-2x}{3})^2 - (\frac{2x-x^2}{3}) - 3 = 0$  کدام است؟

- صفر (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)

۹- کدام یک از معادلات زیر به‌ازای هر مقدار  $a$  همواره دو جواب حقیقی دارد؟

- $ax^2 - 3x + a = 0$  (۱)  $x^2 - 3ax + 1 = 0$  (۲)  $ax^2 + 3x - a = 0$  (۳)  $x^2 + 3ax + 1 = 0$  (۴)

۱۰- ضرایب معادله  $3mx^2 + 3mx - 6m - 4 = 0$  اعدادی صحیح هستند. اگر حاصلضرب ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد مقدار  $\Delta$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

۱۱- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $-x^2 - 6x + 4 = 0$  و  $\alpha < 0$  باشد حاصل  $A = |3\alpha + 2\beta + 11| - |2\alpha + 3\beta + 13| + 2|\alpha| - |2\beta|$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\alpha - 1$  (۲)  $\beta - 1$  (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۱۲- یک شرکت ۳۰۰ هزار تومان برای تولید یک نوع کالا هزینه می‌کند. اگر درآمد روزانه شرکت از فروش  $x$  عدد کالا به صورت  $R(x) = 1400x + 4x^2$  باشد، این شرکت روزانه چند عدد کالا تولید کند تا به نقطه سر به سر برسد؟

- ۱ (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۸۰

۱۳- اگر در یک تولیدی، هزینه تولید  $x$  عدد کالا به صورت  $C(x) = 225 + 8x + x^2$  باشد، هر کالا باید به چه قیمتی فروخته شود تا فقط یک نقطه سر به سر داشته باشیم؟

- ۱ (۱) ۲۸ (۲) ۳۸ (۳) ۴۲ (۴) ۴۸

۱۴- اگر معادله  $x^2 - \sqrt{k}x + 3 = 0$  دارای ریشه مضاعف باشد، برای حل معادله  $x^2 - (\frac{k-5}{3})x = 0$  به روش مربع کامل، چه عددی باید

به طرفین تساوی اضافه کنیم؟

- ۱ (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{16}{9}$  (۳)  $\frac{49}{16}$  (۴)  $\frac{25}{16}$

۱۵- معادله  $(x^2 - 3x + 2)^2 + (x^2 - 1)^2 = 0$  چند جواب دارد؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶- اگر معادلات  $(x - a^2 - 1)(x + b^2 + 1) = 0$  و  $x + 5 = \frac{5}{x}$  دارای مجموعه جواب‌های یکسان باشند حاصل  $|a| + |b|$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۷- اگر یکی از ریشه‌های معادله  $8mx^2 - 3x + 49m = 0$  دو برابر ریشه دیگر باشد، مجموع دو ریشه مثبت معادله کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{15}{4}$  (۲)  $\frac{17}{4}$  (۳)  $\frac{19}{4}$  (۴)  $\frac{21}{4}$

۱۸- ریشه‌های کدام معادله به صورت  $\frac{2 \pm \sqrt{5}}{3}$  است؟

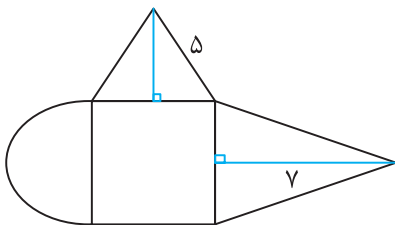
- ۱ (۱)  $x^2 - 12x - 9 = 0$  (۲)  $9x^2 - 12x + 1 = 0$  (۳)  $9x^2 - 12x - 1 = 0$  (۴)  $9x^2 + 12x - 1 = 0$

۱۹- در شکل زیر ۲ برابر مساحت مربع از مجموع مساحت‌های مثلث‌های متساوی‌الساقین، ۸ واحد بیشتر است. مساحت نیم‌دایره کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{\pi}{2}$  (۲)  $4\pi$  (۳)  $2\pi$  (۴)  $\pi$

۲۰- معادله  $(m-1)x^2 - 2x + 3 = 0$  ریشه حقیقی ندارد. حدود  $m$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $m < \frac{3}{4}$  (۲)  $m > \frac{3}{4}$  (۳)  $m < \frac{4}{3}$  (۴)  $m > \frac{4}{3}$



# فصل اول دهم

## درس ۳، آزمون ۳

### معادلات گویا

عبارت گویا: کسرهایی که صورت و مخرج آن‌ها چند جمله‌ای باشند را عبارات گویا می‌نامیم.

$$\text{مانند: } \frac{x^2+3x-1}{x+3} \text{ یا } \frac{3}{x-1} \text{ یا } \frac{x^2-1}{x+2}$$

$$\frac{3x-1}{x+1} + \frac{x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$$

معادلات گویا: معادلاتی که در طرفین تساوی عبارت‌های گویا قرار داشته باشند را معادلات گویا می‌نامیم. مانند:

مثال	مراحل روش	روش‌های حل معادلات گویا
<p>برای حل معادله <math>\frac{3x-1}{x+1} + \frac{x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}</math> مخرج مشترک همه کسرها <math>(x+1)(x-1)</math> یا همان <math>x^2-1</math> است. با ضرب طرفین تساوی در این عبارت داریم:</p> $(x+1)(x-1) \times \frac{3x-1}{x+1} + (x+1)(x-1) \times \frac{x}{x-1} = (x+1)(x-1) \times \frac{2}{x^2-1}$ $\Rightarrow (x-1)(3x-1) + x(x+1) = 2$ $\Rightarrow 3x^2 - x - 3x + 1 + x^2 + x = 2$ $\Rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب}} \begin{cases} x=1 \rightarrow \text{غیر قابل قبول} \\ x=-\frac{1}{4} \end{cases}$	<p>۱) مخرج همه کسرها را تجزیه می‌کنیم.                  ۲) همه کسرها را (هر دو طرف تساوی) در مخرج مشترک همه کسرها (ک. م. م. مخرج‌ها) ضرب می‌کنیم تا معادله از حالت کسری خارج شود.                  ۳) همه عبارت‌ها را به سمت چپ تساوی منتقل می‌کنیم و معادله را حل می‌نمائیم.                  ۴) جواب‌ها را در معادله اولیه بررسی می‌کنیم که مخرج هیچ کسری به‌ازای آن‌ها صفر نشود.</p> <p><b>نکته:</b> هر جوابی از معادلات گویا که مخرج یکی از کسرها را صفر کند غیرقابل قبول است و جواب معادله نیست.</p>	<p>ضرب طرفین در ک م م مخرج‌ها</p>
<p>برای حل معادله <math>\frac{x^2-1}{x^2-3x+2} = \frac{x+2}{x-3}</math> داریم:</p> $\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+2}{x-3} \Rightarrow \frac{x+1}{x-2} = \frac{x+2}{x-3}$ <p>طرفین وسطین <math>\Rightarrow \frac{x+1}{x-2} = \frac{x+2}{x-3}</math></p> $x^2 - 2x - 3 = x^2 - 4 \Rightarrow -2x = -4 + 3$ $\Rightarrow -2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$	<p>می‌توان قبل از حل معادله، صورت و مخرج هر کسر را تا حد امکان ساده کرد سپس معادله را حل نمود.</p>	
<p>برای حل معادله <math>\frac{x-3}{x^2-1} = \frac{x+2}{x^2-3x+2}</math> داریم:</p> $\frac{x-3}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+2}{(x-1)(x-2)}$ <p>طرفین وسطین <math>\Rightarrow \frac{x-3}{x+1} = \frac{x+2}{x-2}</math></p>	<p>اگر معادله به صورت <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d}</math> باشد، می‌توان عوامل مشترک در مخرج دو طرف تساوی را بدون هیچ شرطی ساده کرد سپس معادله را حل نمود.</p>	



$x^2 - 5x + 2 = x^2 + 3x + 2 \Rightarrow -5x - 3x = 2 - 6$ $\Rightarrow -8x = -4 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$		
<p>برای حل در معادله <math>\frac{x^2-1}{x+3} = \frac{x^2-3x+2}{x+2}</math> داریم:</p> $\frac{(x-1)(x+1)}{x+3} = \frac{(x-1)(x-2)}{x+2} \Rightarrow$ $\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ \frac{x+1}{x+3} = \frac{x-2}{x+2} \end{cases} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}$ $\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = x^2 + x - 6 \Rightarrow$ $3x - x = -6 - 2 \Rightarrow 2x = -8 \Rightarrow x = -4$	<p>اگر معادله به صورت <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d}</math> باشد، در صورت وجود عامل مشترک در صورت دو طرف تساوی، ابتدا آن را برابر صفر قرار می‌دهیم و ریشه آن را پیدا می‌کنیم سپس آن را از دو طرف تساوی ساده کرده و بقیه معادله را حل می‌کنیم.</p>	<p>ک م م مخرج‌ها</p>
<p>برای حل معادله <math>\frac{3x-1}{x+1} + \frac{x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}</math> داریم:</p> $\frac{(3x-1)(x-1) + x(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2}{x^2-1}$ $\Rightarrow \frac{3x^2 - 3x - x + 1 + x^2 + x}{(x+1)(x-1)} = \frac{2}{(x-1)(x+1)}$ $\Rightarrow \frac{4x^2 - 3x + 1}{1} = \frac{2}{1} \Rightarrow 4x^2 - 3x + 1 = 2$ $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$	<p>اگر هر یک از طرفین تساوی از جمع یا تفریق دو یا چند کسر تشکیل شده باشد.</p> <p>(۱) ابتدا با استفاده از مخرج مشترک هر طرف تساوی را به یک کسر تبدیل کرده و معادله را به صورت <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d}</math> تبدیل می‌کنیم.</p> <p>(۲) پس از ساده‌سازی معادله تا حد امکان، از قانون طرفین وسطین استفاده کرده و معادله را حل می‌کنیم.</p>	<p>مخرج مشترک</p>

**نکاتی در مورد مسائل کاربردی در معادلات گویا:**

۱ شخصی کاری را به تنهایی در  $a$  ساعت و شخص دیگری همان کار را به تنهایی در  $b$  ساعت انجام می‌دهد، اگر هر دو با هم کار کنند و کار در  $x$  ساعت به اتمام برسد داریم:

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

۲ اگر  $x$  مسافت طی شده،  $v$  سرعت متحرک و  $t$  زمان طی شده باشد، داریم  $v = \frac{x}{t}$  که اغلب از این رابطه به صورت  $t = \frac{x}{v}$  استفاده می‌کنیم. مثلاً اگر مجموع زمان رفت و برگشت در مسافت  $x$  برابر  $n$  باشد معادله به صورت  $t_1 + t_2 = n$  یا  $\frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2} = n$  می‌شود.





آزمون ۳



پاسخ: صفحه ۱۸۲

زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

موضوع آزمون: معادلات گویا



- ۱- معادله  $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 6x + 5} - \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - x - 20} = \frac{-(x-1)^2}{x^2 + 3x - 4}$  چند جواب دارد؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۲- اگر  $x = 1$  جواب معادله  $\frac{x+a+1}{x+a+2} - \frac{a^2}{a^2 - 3x - 6} = 1 - \frac{a-x}{2x+1-a}$  باشد، مجموع مقادیر  $a$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$
- ۳- یک آلیاژ از ترکیب دو فلز A و B ساخته شده است. وزن فلز A در این آلیاژ، ۴ برابر وزن فلز B است. اگر آلیاژ را ذوب کنیم و ۲۰۰ گرم از فلز B به آن اضافه کنیم،  $\frac{3}{5}$  از وزن آلیاژ جدید را فلز A تشکیل می‌دهد. وزن فلز A در این آلیاژ چقدر است؟
- (۱) ۶۰۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۴۸۰ (۴) ۴۲۰
- ۴- یک کیک را بین چند نفر به طور مساوی تقسیم کردیم. اگر ۲ نفر به آن‌ها اضافه شوند به هر کدام  $\frac{1}{24}$  کمتر کیک می‌رسد. اگر ۲ نفر از نفرات اولیه کم می‌شد به هر یک چقدر کیک بیشتر می‌رسید؟
- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{1}{24}$
- ۵- معادله  $\frac{3x^2 + 3x + 3}{x^3 - 1} - \frac{2}{x+3} = \frac{4x}{x^2 - 2x}$  چند جواب دارد؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۶- مجموع معکوس دو عدد فرد متوالی از ۲ برابر تفاضل معکوس‌های آن دو عدد به اندازه  $\frac{8}{35}$  بیشتر است. مجموع مربعات این دو عدد کدام است؟
- (۱) ۶۴ (۲) ۶۸ (۳) ۷۰ (۴) ۷۴
- ۷- حاصلضرب ریشه‌های معادله  $\frac{3}{x} - \frac{x}{x+2} = 2$  کدام است؟
- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) ۳
- ۸- ۸۰۰ سکه را بین چند نفر به مقدار مساوی تقسیم کردیم. اگر ۵ نفر به آن‌ها اضافه شوند به هر کدام ۸ سکه کمتر می‌رسد. اگر ۱۰۰۰ سکه را بین نفرات اولیه تقسیم کنیم به هر کدام چند سکه می‌رسد؟
- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۵۵
- ۹- به ۳۰۰ گرم محلول آب نمک ۶ درصدی چقدر نمک اضافه کنیم تا غلظت آن به ۸ درصد برسد؟
- (۱)  $\frac{150}{23}$  (۲) ۶ (۳)  $\frac{150}{27}$  (۴)  $\frac{150}{29}$
- ۱۰- در معادله  $2x + 2 = \frac{x^2 + 2x + 1}{x-3} - \frac{2x+10}{x-3}$  تفاضل معکوس جواب از خود جواب کدام است؟
- (۱) صفر (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $\frac{7}{2}$

۱۱- به ازای کدام مقدار مثبت  $k$  معادله  $\frac{4-x}{1-x} = \frac{6x^2+13-k^2}{(x^2+4x+3)^2-68}$  دارای جواب  $x = -5$  است؟

(۱)  $\sqrt{161}$  (۲)  $13$  (۳)  $\sqrt{171}$  (۴)  $14$

۱۲- حاصلضرب جوابهای معادله  $\frac{x^2-2}{x^2-5} + \frac{x^2-1}{x^2+4} = \frac{x^4-6x^2+5}{x^4-x^2-20}$  کدام است؟

(۱)  $-8$  (۲)  $-6$  (۳)  $-4$  (۴)  $-2$

۱۳- ریشه بزرگتر معادله  $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{4-2x} = \frac{2}{3}$  چند برابر ریشه کوچکتر است؟

(۱)  $4$  (۲)  $5$  (۳)  $8$  (۴)  $10$

۱۴- مجموع مربعات ریشههای معادله  $\frac{x^2+x+3}{x^2+x-2} = \frac{2x^2+2x+3}{18}$  کدام است؟

(۱)  $18$  (۲)  $25$  (۳)  $28$  (۴)  $36$

۱۵- یک استخر دو شیرووردی دارد. اگر هر دو شیر باز باشند ۲۰ ساعت طول می کشد تا استخر پر شود. اگر شیرها به تنهایی بخواهند استخر را

پر کنند یکی از شیرها ۹ ساعت دیرتر استخر را پر می کند. مجموع زمانهایی که هر یک از شیرها به تنهایی استخر را پر کنند چقدر است؟

(۱)  $70$  (۲)  $78$  (۳)  $81$  (۴)  $83$

۱۶- مجموع جوابهای معادله  $\frac{2x-x^2-2}{x^2-3x} - \frac{x^2-3x}{x^2-2x+2} = \frac{5}{2}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{16}{3}$  (۲)  $5$  (۳)  $\frac{17}{3}$  (۴)  $6$

۱۷- قایقی مسیر ۵ کیلومتری یک رودخانه را موافق جهت آب رفته و مخالف جهت آب برگشته است. اگر سرعت آب رودخانه ۳ کیلومتر بر ساعت

و مدت زمان رفت و برگشت قایق یک ساعت و چهار و پنج دقیقه باشد، سرعت قایق در آبهای آرام چقدر است؟

(۱)  $13$  (۲)  $11$  (۳)  $9$  (۴)  $7$

۱۸- کدام عدد از معکوس خود، ۶ واحد بیشتر است؟

(۱)  $\sqrt{7}+3$  (۲)  $\sqrt{10}+3$  (۳)  $\sqrt{7}+2$  (۴)  $\sqrt{10}+2$

۱۹- در تساوی  $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2} = \frac{2x-7}{2x^2-2x-4}$  مقدار  $A-B$  کدام است؟

(۱)  $1$  (۲)  $-1$  (۳)  $2$  (۴)  $-2$

۲۰- اگر به صورت کسری که معادل  $\frac{4}{5}$  است، ۱۰ واحد اضافه شود به مقدار کسر  $\frac{1}{3}$  اضافه می شود. تفاضل صورت و مخرج این کسر کدام

است؟

(۱)





## آزمون ۴

پاسخ: صفحه ۱۸۵

زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

موضوع آزمون: جامع فصل ۱- دهم

- ۱- معادله  $(m-2)x^2 + mx - 2m = (2m-1)x^2 + 4mx - 4$  یک معادله درجه اول است. جواب این معادله کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲
- ۲- در حل معادله  $2x^2 + 3x = 1$  به روش مربع کامل، معادله به صورت  $(x+a)^2 = b+1$  در آمده است. مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{17}{4}$  (۲)  $\frac{4}{17}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{12}{1}$
- ۳- اگر معادله  $2x^2 + 3mx - (m+n) = 0$  دارای ریشه مضاعف  $\frac{9}{8}$  باشد، مقدار  $\frac{n}{m}$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{13}{14}$  (۲)  $\frac{14}{13}$  (۳)  $\frac{16}{11}$  (۴)  $\frac{11}{16}$
- ۴- حاصلضرب ریشه‌های  $(2x^2 + 2x)^2 - x^2 - x - 3 = 0$  کدام است؟  
 (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳) -۱ (۴) ۱
- ۵- اگر دو معادله  $ax^2 + x + a = 0$  و  $(a-3)x = a+1$  تعداد جواب‌های یکسان داشته باشند، چند مقدار مختلف ممکن است داشته باشد؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۶- ۸۰ شکلات را به طور مساوی بین تعدادی کودک تقسیم کرده‌ایم. اگر ۴ نفر به آن‌ها اضافه شود به هر کدام یک شکلات کمتر می‌رسد. اگر از ابتدا ۸ نفر از کودکان کم می‌شدند به هر کدام چند شکلات می‌رسید؟  
 (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶
- ۷- چقدر آب از ۳۰۰ گرم محلول آب نمک ۶ درصدی تبخیرکنیم تا غلظت آن به ۸ درصد برسد؟  
 (۱) ۶۵ (۲) ۷۰ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰
- ۸- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{2x+3}{x+4} - \frac{x-1}{x} = \frac{2}{3}$  کدام است؟  
 (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۰
- ۹- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{2x^2 - x + 7}{3 + x - 2x^2} = 4x^2 - 2x + 2$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{2}$
- ۱۰- قطاری مسیری به طول ۱۰۰ کیلومتر را با سرعت ثابت طی کرده است. در مسیر برگشت سرعت قطار ۲۰ کیلومتر بر ساعت کاسته شده است. اگر مسیر برگشت ۲۵ دقیقه بیشتر طول بکشد سرعت قطار در مسیر رفت چقدر بوده است؟  
 (۱) ۹۰ (۲) ۸۰ (۳) ۷۰ (۴) ۶۰
- ۱۱- سرعت کار یک تاییست ۴ برابر تاییست دیگر است. اگر هر دو با هم کار کنند متن یک کتاب را در ۸ ساعت تایپ می‌کنند. چقدر طول می‌کشد تا تاییست کندتر به تنهایی این متن را تایپ کند؟  
 (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰
- ۱۲- دو برابر عددی از سه برابر معکوس همان عدد، ۴ واحد بیشتر است. آن عدد کدام می‌تواند باشد؟  
 (۱)  $1 + \frac{\sqrt{12}}{2}$  (۲)  $2 + \frac{\sqrt{12}}{2}$  (۳)  $2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$  (۴)  $1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$

۱۳- در تساوی  $\frac{A}{2x-1} + \frac{B}{x+2} = \frac{6-2x}{2x^2+3x-2}$  مقدار AB کدام است؟

(۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) -۶

۱۴- اگر معادله  $\frac{x^2+a}{2x-1} = x+2$  ریشه حقیقی نداشته باشد، حدود a کدام است؟

(۱)  $a < -\frac{17}{4}$  (۲)  $a > -\frac{17}{4}$  (۳)  $a < -4$  (۴)  $a > -4$

۱۵- اگر  $(x^2+1)^2 - 2y - x^2 = 0$  باشد حاصلضرب مقادیر y کدام است؟

(۱) ۹ (۲) -۹ (۳)  $-\frac{2}{9}$  (۴)  $\frac{2}{9}$

۱۶- اگر  $x = -2$  یکی از ریشه‌های معادله  $3x^2 - (\frac{a+1}{2})x - 2a - 1 = 0$  باشد ریشه منفی معادله  $(\frac{5a}{a-2})x^2 - 2x - \frac{a}{3} = 0$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $-\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{4}{5}$

۱۷- در معادله درجه دوم  $2x^2 + 3x - m + 1 = 0$  یکی از ریشه‌ها، ۵ برابر ریشه دیگر است. مقدار m کدام است؟

(۱)  $-\frac{5}{8}$  (۲)  $\frac{5}{8}$  (۳)  $-\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{3}{8}$

۱۸- به ازای چند مقدار m معادله  $m^2x^2 + x - m + 2 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی و معکوس یکدیگر است؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹- مجموع ریشه‌های معادله  $(x^2 + 3x - 1)^2 = (2x^2 - x + 1)^2$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{10}{3}$  (۲)  $\frac{10}{3}$  (۳) ۴ (۴) -۴

۲۰- اگر  $x^2 + x - 1 = 0$  باشد اختلاف مقادیر m در رابطه  $(mx)^2 + (\frac{m}{x})^2 + m(x - \frac{1}{x}) - 2 = 0$  چقدر است؟

(۱) ۲ (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$





## آزمون ۵

پاسخ: صفحه ۱۸۸

زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

موضوع آزمون: جامع فصل ۱-دهم

۱- ثلث عرض یک مستطیل برابر خمس طول آن است. اگر محیط مستطیل برابر ۳۲ واحد باشد مساحت این مستطیل با مساحت مربع با کدام ضلع برابر است؟

(۱)  $4\sqrt{6}$  (۲)  $8\sqrt{6}$  (۳)  $2\sqrt{15}$  (۴)  $4\sqrt{5}$

۲- مادری ۴۸ ساله دو فرزند ۱۰ و ۱۲ ساله دارد. پس از چند سال سن مادر از سه برابر میانگین سن فرزندان خود، یک واحد بیشتر می‌شود؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۳- در یک کارگاه تولید قطعه، از روز شنبه هر روز ۲۰ قطعه نسبت به روز قبل بیشتر تولید می‌شود. اگر در پایان روز پنج‌شنبه ۲۴۰۰ قطعه تولید شده باشد، مجموع قطعات تولید شده در روزهای سه‌شنبه و چهارشنبه کدام است؟

(۱) ۴۳۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۸۴۰ (۴) ۱۰۸۰

۴- اگر  $\alpha$  جواب معادله  $(\frac{x}{6}-6)^2 = 5(\frac{x}{3}+3)^2 - (\frac{x}{4}-2)^2$  باشد حاصل  $12\alpha - 20$  کدام است؟

(۱) ۳۰۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۳۵۰ (۴) ۳۶۰

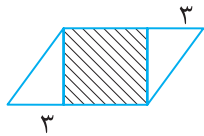
۵- یک کارخانه روزانه ۱,۲۰۰,۰۰۰ تومان برای تولید محصول خود هزینه می‌کند. اگر درآمد روزانه این کارخانه از فروش  $x$  عدد کالا به صورت

$$R(x) = 7600x + 20x^2$$

باشد، نقطه سربه‌سر کدام است؟

(۱) ۸۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰

۶- در شکل زیر مساحت مربع هاشور خورده از  $\frac{5}{21}$  مساحت یکی از مثلث‌ها به اندازه  $\frac{9}{14}$  واحد بیشتر است. محیط



مربع کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۷- با طنابی زمینی مستطیل شکل را به چهار مربع تقسیم می‌کنیم. اگر مساحت زمین از محیط آن، ۶ واحد بیشتر باشد، طول طناب چقدر است؟

(۱) ۳۹ (۲) ۴۲ (۳) ۴۷ (۴) ۴۹

۸- معادله  $(x-3)(2x^2+ax+2) = 0$  تنها یک جواب دارد. حدود  $a$  کدام است؟

(۱)  $0 < a < 4$  (۲)  $-4 < a < 4$  (۳)  $a > 4$  (۴)  $-4 < a < 0$

۹- مجموع دو عدد برابر ۱۶ و حاصلضرب آن دو عدد برابر ۴۸ است. نسبت عدد کوچک‌تر به بزرگ‌تر کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

۱۰- اگر ریشه‌های معادله  $(2ax-b)(x-3a) = 0$  برابر ۳ و -۱ باشند مجموع مقادیر ممکن برای  $a+b$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{7}{3}$  (۲)  $-\frac{10}{3}$  (۳)  $-\frac{11}{3}$  (۴) -۴

۱۱- در معادله درجه دوم  $-3x^2 - 5(m-1)x + m - 2 = 0$  اگر ۱۰ برابر حاصلضرب ریشه‌ها با ۳ برابر مجموع ریشه‌ها برابر باشد، تفاضل

ریشه‌های معادله چقدر است؟

(۱)  $\frac{8}{3}$  (۲)  $\frac{7}{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{3}$

۱۲- مجموع جواب‌های معادله  $5(\frac{3}{x-2})^2 - \frac{6}{2-x} - 3 = 0$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) -۴



۱۳- قدر مطلق تفاضل جواب‌های معادله  $\frac{16x^2 - (2x-3)^2}{2x-1} + \frac{1}{x} = 2$  کدام است؟ (همه عبارت‌ها تعریف شده هستند)

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{6}{7}$

۱۴- به‌ازای چند عدد صحیح منفی از  $m$ ، معادله  $\frac{x^2+m}{x+1} = 2x+3$  دو ریشه حقیقی متمایز دارد؟

- (۱) هیچ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۵- دو خودرو اگر یک مسافت ۲۰۰۰ کیلومتری را طی کنند یکی از خودروها ۱۰ ساعت سریع‌تر می‌رسد. اگر آن‌ها از دو طرف این مسافت به

سمت یکدیگر حرکت کنند پس از ۱۲ ساعت به یکدیگر می‌رسند. سرعت خودروی سریع‌تر چند کیلومتر بر ساعت است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

۱۶- در معادله  $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)} - \frac{2}{x^2-2x} = \frac{x+2}{x+1}$  حاصلضرب مقادیر قابل قبول برای  $x$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) -۱ (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۷- حاصل عبارت  $\frac{6x^2+2x}{9x^2-1} + \frac{x-1}{3x+1} - \frac{3x+1}{3x-1}$  برابر حاصل عبارت  $\frac{\frac{1}{a}}{\frac{2}{a} + \frac{3}{2}}$  به‌ازای  $a = -2$  است. مجموع مقادیر قابل قبول برای  $x$

کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{8}$  (۲)  $-\frac{7}{8}$  (۳)  $-\frac{8}{9}$  (۴)  $\frac{8}{9}$

۱۸- اگر  $x=2$  جواب معادله  $\frac{2a}{a^2-4x^2} + \frac{1}{a+2x} - \frac{1}{a-2x} = \frac{1}{16}$  باشد مقدار  $a$  چند برابر  $x$  است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۱۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۱۹- معکوس جواب معادله  $\frac{2x}{x^2-x} - \frac{x+2}{x^2+x-2} = -7$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{6}$  (۲)  $-\frac{7}{6}$  (۳)  $\frac{6}{5}$  (۴)  $-\frac{6}{5}$

۲۰- می‌خواهیم دور تا دور باغچه‌ای مستطیل شکل را که طول آن سه برابر عرض آن است حصار بکشیم، به طوری که بازدیدکنندگان به ۲ متری

باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصور شده به اندازه  $4(\pi+20)$  واحد مربع از مساحت باغچه بیشتر باشد محیط باغچه کدام

است؟

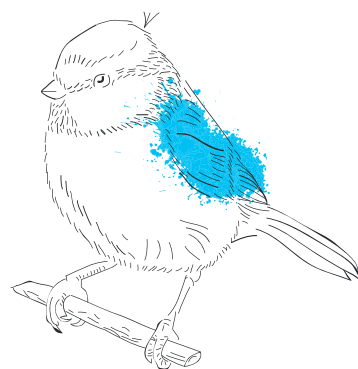
- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰





# تابع

شماره آزمون	موضوع آزمون	پوشش کتاب درسی
۶	مفهوم تابع و ضابطه جبری تابع	فصل ۲- درس ۱ و ۲ دهم ریاضی و آمار ۱
۷	تابع خطی و سهمی	فصل ۲- درس ۳ و ۴ دهم ریاضی و آمار ۱
۸	تابع خطی و سهمی	فصل ۲- درس ۳ و ۴ دهم ریاضی و آمار ۱
۹	تابع ثابت- همانی و چند ضابطه‌ای	فصل ۲- درس ۱ یازدهم ریاضی و آمار ۲
۱۰	تابع پلکانی- علامت- براکت و قدرمطلق	فصل ۲- درس ۲ یازدهم ریاضی و آمار ۲
۱۱	اعمال جبری توابع	فصل ۲- درس ۳ یازدهم ریاضی و آمار ۲
۱۲	جامع	فصل ۲- یازدهم ریاضی و آمار ۲
۱۳	جامع	فصل ۲- یازدهم ریاضی و آمار ۲



# فصل دوم دهم

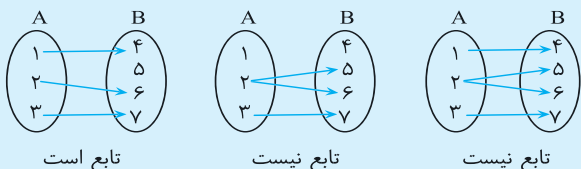
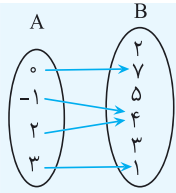
## درس ۱ و ۲، آزمون ۶

**تعریف تابع:** هر رابطه بین دو مجموعه  $A$  و  $B$  ( $f: A \rightarrow B$ )، از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  را تابع می‌نامیم، اگر به هر عضو از مجموعه  $A$ ، دقیقاً یک عضو از مجموعه  $B$  نسبت داده شود.

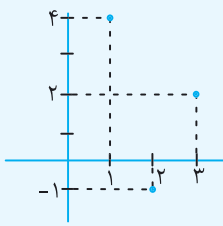
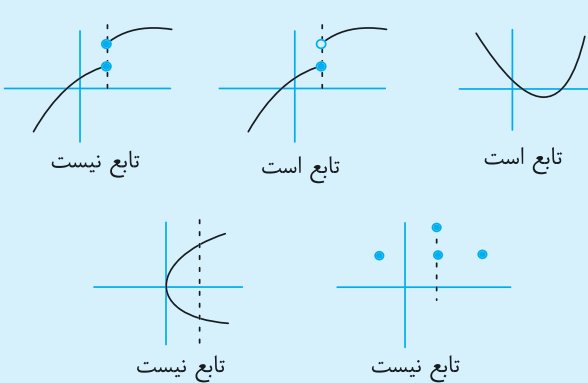
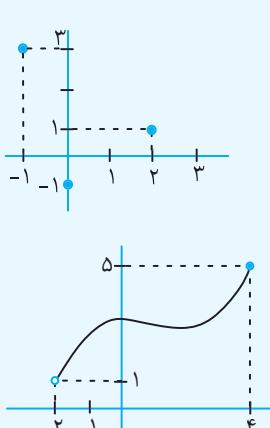
### دامنه و برد تابع:

به مجموعه همه ورودی‌های تابع که به تابع وارد شده و خروجی تولید می‌کنند دامنه گوئیم و این مجموعه را با  $D_f$  نمایش می‌دهیم. به مجموعه همه خروجی‌هایی که توسط ورودی‌ها تولید شده‌اند، برد تابع گوئیم و آن را با  $R_f$  نمایش می‌دهیم.

\* اگر تابع  $f$  از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  تعریف شده باشد ( $f: A \rightarrow B$ ) در این حالت مجموعه  $A$  دقیقاً دامنه تعریف تابع  $f(x)$  است ( $A = D_f$ ) ولی مجموعه  $B$  لزوماً برابر برد تابع نیست بلکه برد تابع برابر یا بخشی از مجموعه  $B$  است.

مثال	مراحل روش	نمایش تابع										
<p>(۱) رابطه‌ای که به هر شخص سال تولدش را نسبت می‌دهد یک تابع است. یعنی به هر شخص بیش از یک سال تولد نمی‌توان نسبت داد.</p> <p>(۲) هر شخص عضوی از خانواده‌اش را نسبت می‌دهد تابع نیست زیرا اگر شخصی بیش از یک عضو خانواده داشته باشد، به این شخص بیش از یک نفر نسبت داده می‌شود.</p>	ارتباط بین ورودی و خروجی به صورت یک جمله فارسی بیان شود.	توصیفی										
<p>(۳) مسافت طی شده توسط یک متحرک (خروجی) برحسب زمان (ورودی) به صورت زیر یک تابع است زیرا برای هر زمان مشخص شده دقیقاً یک مقدار برای مسافت طی شده نسبت داده می‌شود.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>زمان (ورودی)</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>مسافت (خروجی)</td> <td>۲۰</td> <td>۴۰</td> <td>۶۰</td> <td>۸۰</td> </tr> </table>	زمان (ورودی)	۱	۲	۳	۴	مسافت (خروجی)	۲۰	۴۰	۶۰	۸۰	ورودی‌ها و خروجی‌ها در یک جدول نمایش داده می‌شود.	جدولی
زمان (ورودی)	۱	۲	۳	۴								
مسافت (خروجی)	۲۰	۴۰	۶۰	۸۰								
 <p>تابع است      تابع نیست      تابع نیست</p>	عضوهای مجموعه $A$ در یک بسته و عضوهای مجموعه $B$ در یک بسته قرار دارند و هر ورودی توسط یک فلش یا پیکان به خروجی نظیر خود وصل می‌شود.	نمودار ون										
 <p>دامنه <math>A = D_f = \{0, -1, 2, 3\}</math>              برد <math>R_f = \{7, 4, 1\}</math>              هم‌دامنه <math>B = \{2, 7, 5, 4, 3, 1\}</math></p>	<p><b>نکته:</b> در نمایش نمودار ون عضوهایی که از آنها فلش خارج شده دامنه و عضوهایی که به آنها فلش وارد شده است همان برد تابع است.</p>											
<p>رابطه <math>\{(2, -1), (3, 2), (7, 5)\}</math> تابع است ولی رابطه <math>\{(2, -1), (3, 5), (2, 4)\}</math> تابع نیست.</p>	تابع شامل زوج مرتب‌های دوتایی $(a, b)$ است که در آن $a$ مؤلفه اول (ورودی) و $b$ مؤلفه دوم (خروجی) است در صفحه مختصات $a$ معرف طول نقطه $(x)$ و $b$ معرف عرض نقطه $(y)$ است.	زوج مرتبی										



<p>اگر رابطه <math>\{(2,3), (7,4), (2, a-2), (a+2, b+3)\}</math> بخواهد تابع باشد باید داشته باشیم</p> $\begin{cases} (2,3) \\ (2, a-2) \end{cases} \Rightarrow a-2=3 \Rightarrow a=5$ <p>اگر <math>a=5</math> قرار دهیم <math>a+2=7</math> می‌شود پس:</p> $\begin{cases} (7,4) \\ (a+2, b+3) \end{cases} \Rightarrow b+3=4 \Rightarrow b=1$	<p><b>برابری دو زوج مرتب:</b> زوج‌های مرتب <math>(a, b)</math> و <math>(c, d)</math> زمانی با هم برابرند که مؤلفه‌های اول با هم و مؤلفه‌های دوم با هم برابر باشند.</p> $(a, b) = (c, d) \Rightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$ <p><b>نکته:</b> مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب به شرطی تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی مؤلفه‌های اول یکسان نداشته باشند. اگر <math>X</math>‌های دو زوج مرتب مساوی بودند <math>Y</math>‌های آن‌ها نیز باید مساوی باشند.</p>
$f = \{(0, -1), (7, 2), (5, 3), (6, 2)\} \Rightarrow \begin{cases} D_f = \{0, 7, 5, 6\} \\ R_f = \{-1, 2, 3\} \end{cases}$	<p>در نمایش زوج مرتبی مجموعه مؤلفه‌های اول دامنه و مجموعه مؤلفه‌های دوم برد تابع را مشخص می‌کند.</p> <p><b>نکته:</b> اگر <math>(a, b)</math> عضو تابع <math>f</math> باشد می‌نویسیم:</p> $f(a) = b$
<p>تابع <math>f = \{(2, -1), (3, 2), (1, 4)\}</math> به صورت نمایش مختصاتی چنین است:</p>  <p style="margin-left: 200px;"> <math>f(1) = 4</math>  <math>f(2) = -1</math>  <math>f(3) = 2</math> </p>	<p>در این نمایش هر ورودی و خروجی نظیرش، طول و عرض یک نقطه در صفحه مختصات را نمایش می‌دهد. اگر <math>(a, b)</math> نقطه‌ای از تابع <math>f</math> باشد <math>f(a) = b</math></p>
 <p style="margin-left: 100px;">تابع نیست      تابع است      تابع است</p> <p style="margin-left: 150px;">تابع نیست      تابع نیست</p>	<p>در این فرم نمایش، رابطه به شرطی تابع است که هر خط موازی محور عرض‌ها (خط عمودی) حداکثر در یک نقطه نمودار را قطع کند. به نمودارهای روبه‌رو توجه کنید:</p>
 $\Rightarrow \begin{cases} D_f = \{x \mid -2 < x \leq 4\} \\ R_f = \{y \mid 1 < y \leq 5\} \end{cases}$	<p><b>نکته:</b> در نمایش مختصات محدوده طول نقاط نمودار را از روی محور <math>X</math>‌ها به عنوان دامنه و محدوده عرض نقاط نمودار از روی محور <math>Y</math>‌ها را به عنوان برد معرفی می‌کنیم.</p>





<p>رابطه‌ای که در آن به هر عدد مربع آن عدد نسبت داده می‌شود به صورت <math>y = x</math> نمایش داده می‌شود.</p>	<p>اگر بین ورودی‌ها و خروجی‌های یک رابطه، نظم یکسان وجود داشته باشد در این صورت می‌توان یک رابطه بین <math>x</math> (نماینده ورودی‌ها) و <math>y</math> (نماینده خروجی‌ها) برقرار کرد که به آن ضابطه (نمایش جبری) گوئیم.</p> <p><b>نکته:</b> در نمایش ضابطه‌ای، <math>y</math> نماد خروجی است که با <math>f(x)</math> هم نمایش داده می‌شود.</p> <p><b>نکته:</b> در نمایش ضابطه‌ای به <math>x</math> متغیر مستقل و به <math>y</math> متغیر وابسته گوئیم.</p>
$f(x) = \frac{2x-1}{x+2} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = \frac{2(0)-1}{0+2} = -\frac{1}{2} \\ f(1) = \frac{2(1)-1}{1+2} = \frac{1}{3} \\ f(\frac{1}{2}) = \frac{2(\frac{1}{2})-1}{\frac{1}{2}+2} = \frac{0}{\frac{5}{2}} = 0 \end{cases}$	<p>تعیین مقدار تابع از روی ضابطه: اگر در ضابطه تابع به جای <math>x</math> عدد قرار دهیم (ورودی بدهیم) عدد به دست آمده برای <math>y</math> یا <math>f(x)</math> را خروجی یا مقدار تابع گوئیم.</p>
$\begin{cases} f: \{-1, 0, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x - 1 \end{cases}$ $\begin{aligned} f(-1) &= 3(-1) - 1 = -4 \\ f(0) &= 3(0) - 1 = -1 \\ f(2) &= 3(2) - 1 = 5 \\ f(3) &= 3(3) - 1 = 8 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} D_f = \{-1, 0, 2, 3\} \\ R_f = \{-4, -1, 5, 8\} \end{cases}$	<p><b>نمایش ضابطه‌ای:</b> اگر تابع <math>f</math> از مجموعه <math>A</math> به مجموعه <math>B</math> تعریف شده باشد، مجموعه <math>A</math> دقیقاً دامنه تعریف تابع <math>f(x)</math> است. و اعضاء برد با یافتن خروجی‌های اعضاء دامنه به دست می‌آید.</p>
$f(x) = \frac{3x+1}{x^2-1} \Rightarrow x^2-1=0$ $\Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$	<p>اگر در معرفی ضابطه تابع <math>f(x)</math> مجموعه‌های <math>A</math> و <math>B</math> داده نشده باشند، دامنه تابع از روی محدودیت‌های ضابطه به دست می‌آید. که در این حالت با ۲ محدودیت در توابع مواجه می‌شویم.</p> <p><b>الف) دامنه توابع کسری:</b></p> <p>در این توابع هر عددی که مخرج کسر را صفر کند در دامنه تعریف تابع قرار ندارد (زیرا کسر را تعریف نشده می‌کند). در این حالت برای تعیین دامنه مخرج کسر را برابر صفر قرار می‌دهیم و <math>x</math>‌های غیرمجاز را از <math>\mathbb{R}</math> کم می‌کنیم.</p>
$f(x) = \sqrt[3]{3x-6} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$ $g(x) = \sqrt{3x-6}$ $3x-6 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 6 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_g = \{x   x \geq 2\}$	<p><b>ب) توابع رادیکالی با فرجه زوج:</b></p> <p>در این حالت همه اعدادی که زیر رادیکال را منفی می‌کنند در دامنه تعریف تابع قرار ندارند بنابراین برای تعیین دامنه عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار می‌دهیم و محدوده به دست آمده را به عنوان دامنه معرفی می‌کنیم. تذکر: رادیکال‌های با فرجه فرد محدودیت دامنه ندارند.</p>
$f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{3x-6}}$ $3x-6 > 0 \Rightarrow 3x > 6 \Rightarrow x > 2 \Rightarrow D_f = \{x   x > 2\}$	<p>اگر عبارت رادیکالی در مخرج کسر قرار داشته باشد عبارت زیر رادیکال را فقط بزرگ‌تر از صفر قرار می‌دهیم.</p>

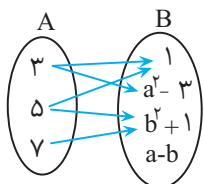
ضابطه‌ای

۱- اگر دو زوج مرتب  $(m^2 + 3m - 3, m + 1)$  و  $(2m^2 - 1, m^2 - 1)$  با هم برابر باشند،  $m$  چند مقدار می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲- اگر رابطهٔ مقابل یک تابع باشد، مجموع مقادیر ممکن برای  $a + b$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۲



۳- دامنهٔ تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{|2x-1|-1}$  به صورت  $[a, b] \cup (c, d)$  است.  $a + b + c + d$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) صفر (۴)  $-\frac{1}{2}$

۴- اگر  $f(x) = x\sqrt{x^2+5}$  و  $g(x) = |x^2-5|$  حاصل  $\frac{f(-2)g(-2)}{f(2)-g(1)}$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۶ (۴) ۶

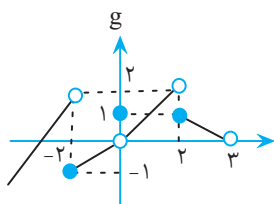
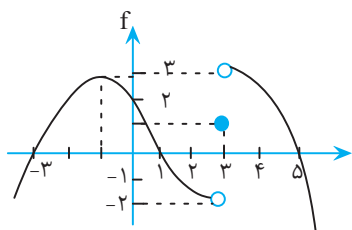
۵- اگر  $f(x) = |x\sqrt{2x}-3|$  و  $g(x) = \sqrt{\frac{1}{3}x+2}$  مقدار  $\frac{f(2)-f(\frac{1}{3})}{f(0)-g(\frac{1}{3})+g(4)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{7}$  (۲)  $-\frac{3}{7}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $-\frac{3}{5}$

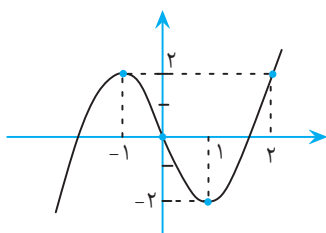
۶- اگر توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  به صورت زیر باشد حاصل

$$\frac{f(-3)+g(-2)+f(0)+g(0)}{f(3)+g(2)+f(5)}$$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲



۷- اگر نمودار تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  به شکل زیر باشد مقدار  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  کدام است؟



- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۸- اگر  $f(x) = |2x-1|-1$  و  $g(x) = [-x+3]$  مقدار  $f(g(2\sqrt{5}))$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹- اگر تابع  $f$  به صورت  $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x^2 + 3 \end{cases}$  و مجموعه برد تابع  $f$  به صورت  $R_f = \{3, 4, 7\}$  باشد، دامنهٔ تابع  $f$  حداقل و حداکثر چند عضو دارد؟

- (۱) ۳ و ۴ (۲) ۳ و ۵ (۳) ۴ و ۶ (۴) ۴ و ۶







۱۰- اگر تابع  $f$  به صورت  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  و  $f: A \rightarrow B$  تعریف شده باشد و  $A = \{0, -1, 1, 2\}$  باشد، مجموع اعضای برد تابع کدام است؟

- (۱)  $-\frac{19}{12}$  (۲)  $\frac{19}{12}$  (۳)  $-\frac{29}{12}$  (۴)  $\frac{29}{12}$

۱۱- اگر  $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$  حاصل  $f(2\sqrt{3}+1) + f((1+\sqrt{3})^2) + 2f$  کدام است؟

- (۱)  $49 + 24\sqrt{3}$  (۲)  $49 - 24\sqrt{3}$  (۳)  $99 - 48\sqrt{3}$  (۴)  $99 + 48\sqrt{3}$

۱۲- اگر  $f(x) = \frac{-2x^2 - 3x}{x^2 + 1}$  حاصل  $f(2 - \sqrt{3})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{7}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{7}{4}$  (۳)  $\sqrt{3} + \frac{7}{2}$  (۴)  $\sqrt{3} - \frac{7}{2}$

۱۳- رابطه  $\{(a, 5), (b, 2x - xy), (a, \sqrt{m} - 2), (b, \sqrt{m}), (a, x + xy)\}$  تابع است. مقدار  $\sqrt{x} + \sqrt{y}$  کدام است؟

- (۱)  $1,5$  (۲)  $2$  (۳)  $2,5$  (۴)  $3$

۱۴- فرض کنید رابطه  $f$  به صورت  $f = \{(a, a-b) | a, b \in \{-1, 0, 1\}\} \cup \{(a, a+1) | a \in \{-1, 0, 1\}\}$  باشد. تعداد عناصر  $f$  کدام است؟

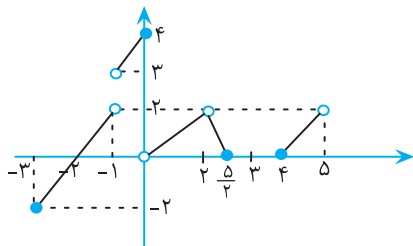
- (۱)  $6$  (۲)  $9$  (۳)  $10$  (۴)  $12$

۱۵- تابع  $f$  به اعضای مجموعه  $A = \{1, 0, -1, \sqrt{2}\}$  «سه برابر مجذور آن عدد، منهای یک» را نسبت می‌دهد. مجموع اعضای برد تابع کدام است؟

- (۱)  $8$  (۲)  $7$  (۳)  $6$  (۴)  $5$

۱۶- اگر  $f = \{(0, 25), (2x-4y), (3, 7), (\sqrt{4}, 5), (\frac{1}{4}, -7), (2, 2x+2y)\}$  یک تابع باشد، مقدار  $\frac{2x+3y}{y-2x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $5$  (۳)  $\frac{7}{2}$  (۴)  $7$



۱۷- اگر نمودار تابع  $f$  به شکل زیر باشد و در دامنه تابع  $f$ ،  $m$  عدد صحیح و در برد آن،  $n$  عدد صحیح قرار داشته باشد،  $m^2 + n^2$  کدام است؟

- (۱)  $45$  (۲)  $16$  (۳)  $50$  (۴)  $16$

۱۸- در تابع  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$  حاصل  $f(2x-1) - f(-2x+2)$  کدام است؟

- (۱)  $2x - \frac{3}{4}$  (۲)  $2x + \frac{3}{4}$  (۳)  $-2x - \frac{3}{4}$  (۴)  $-2x + \frac{3}{4}$

۱۹- اگر  $f(x+2) = x^2 + 4x + 8$  باشد ضابطه  $f(2x-1)$  کدام است؟

- (۱)  $4x^2 - 4x + 3$  (۲)  $4x^2 + 4x - 3$  (۳)  $4x^2 - 4x + 5$  (۴)  $4x^2 - 4x - 5$

۲۰- اگر رابطه‌های  $f: A \rightarrow B$  و  $g$  تابع باشند و تعداد اعضای برد تابع  $f$  برابر  $c$  و تعداد اعضای برد تابع  $g$  برابر  $d$  باشد  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  کدام است؟

- (۱)  $4,5$  (۲)  $4,75$  (۳)  $6,25$  (۴)  $6,75$

